

低温科学A

レーザーによる希薄原子気体の冷却と ボース・アインシュタイン凝縮

物理第一教室 量子光学研究室

<http://yagura.scphys.kyoto-u.ac.jp>

高橋義朗

yitk@scphys.kyoto-u.ac.jp

5号館203号室

講義予定

1. イントロダクション

レーザー冷却からボース・アインシュタイン凝縮へ

2. 光と原子の相互作用

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-1. 光が原子に及ぼす力: その1-放射圧

3-2. ドップラー冷却法

3-3. 光が原子に及ぼす力: その2-双極子力

3-4. レーザー冷却原子の応用

4. 原子気体のボース・アインシュタイン凝縮(BEC)

4-1. BECの生成

4-2. 超低温フェルミ原子気体

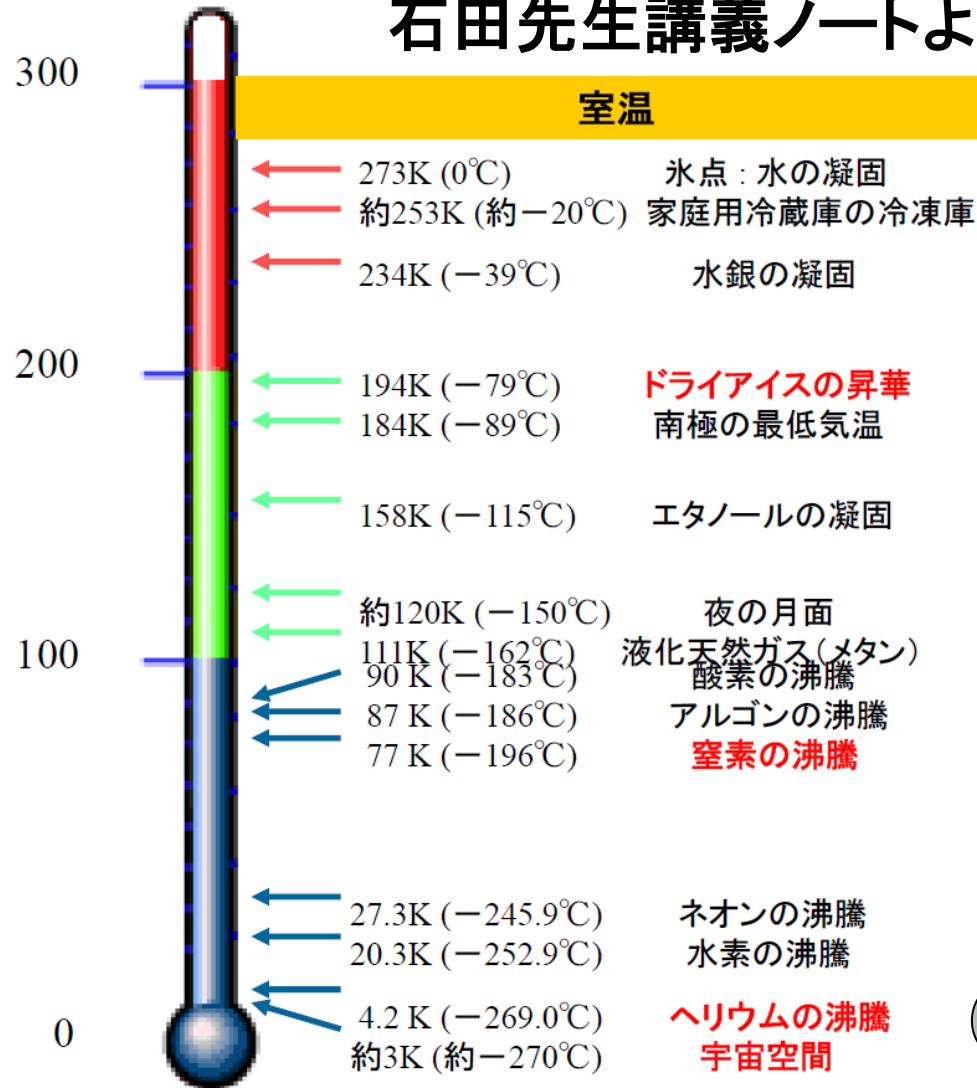
4-3. 光格子を用いた量子シミュレーション

1. イントロダクション

石田先生講義ノートより

室温より低温

絶対温度
(単位「ケルビン」)



実は、**原子気体**
に限っては、

“人類はすでに、
ピコケルビンの領
域に達していま
す。”

1ピコ = 10^{-12}

1ナノ = 10^{-9}

1マイクロ = 10^{-6}

広い宇宙でも3Kより低い温度は人工的なもので、人類はすでに
マイクロケルビンの領域に到達しています。

物質の3態:

石田先生講義ノートより

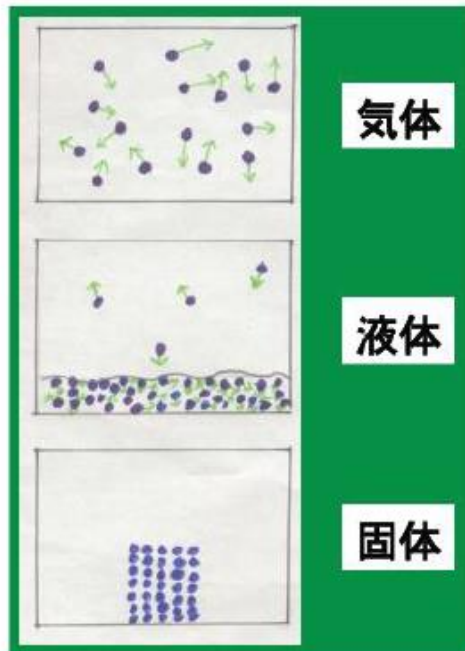
1. 低温物理学とは

1.1 温度とは

T (K: ケルビン) : 絶対温度

$$0^{\circ}\text{C} = 273.16 \text{ K}$$

物質の状態は温度でどのように変化するのか？



Lord Kelvin
ケルビン卿



実は William Thomson

高温

原子の運動が
激しい

原子の配列は
無秩序
(disorder)

低温

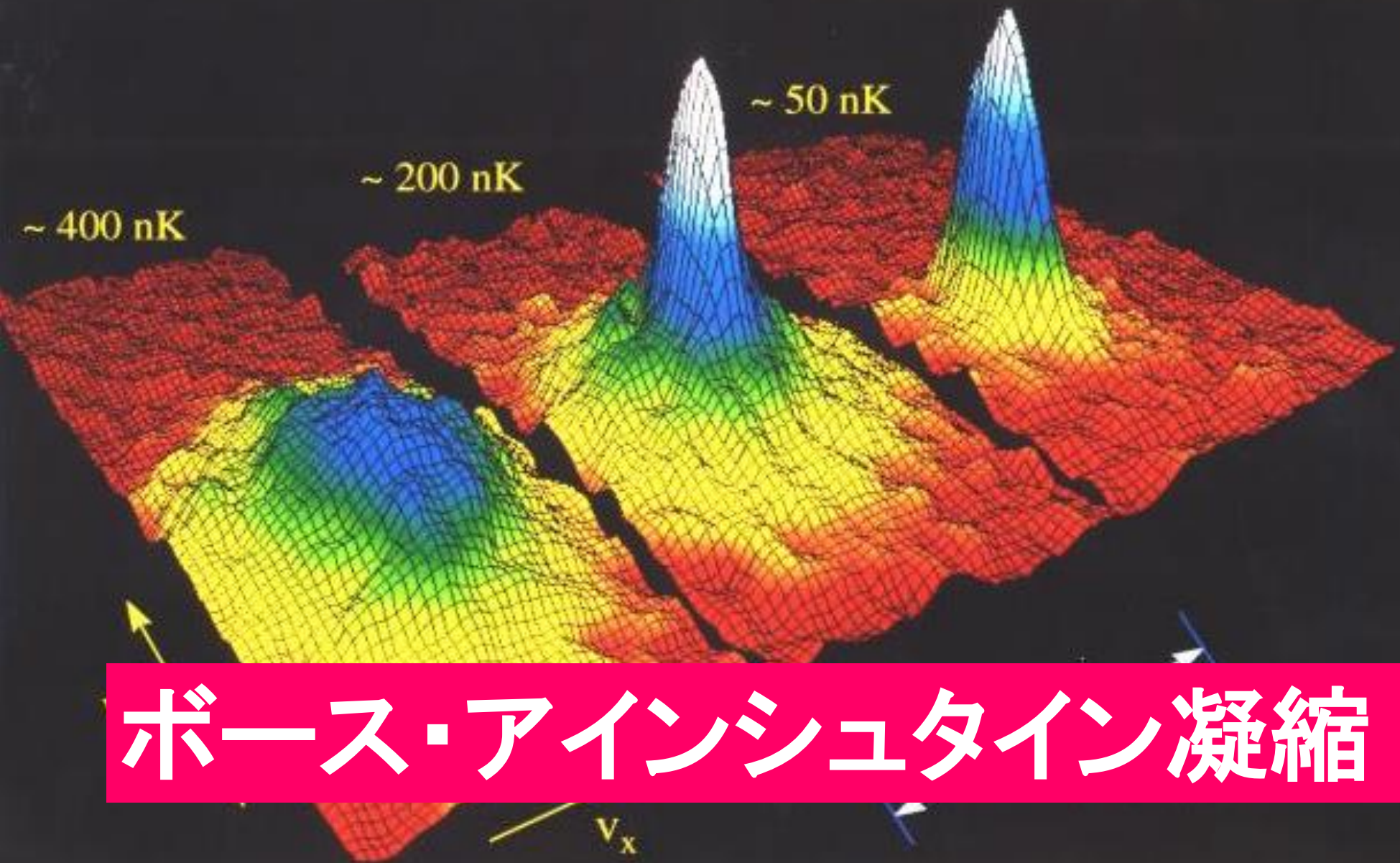
静か
運動がなくなる

秩序
(order)

通常、高温の
気体を冷却し
ていくと、**液**
体へ、そして、
固体へと変
化します。

下の図はRb(ルビジウム)原子の速度分布の変化を示しています。左から右に行くにつれて、原子の温度は低くなっています。

[M. H. Anderson, et al, Science, 269, 198(1995)]



ボース・アインシュタイン凝縮

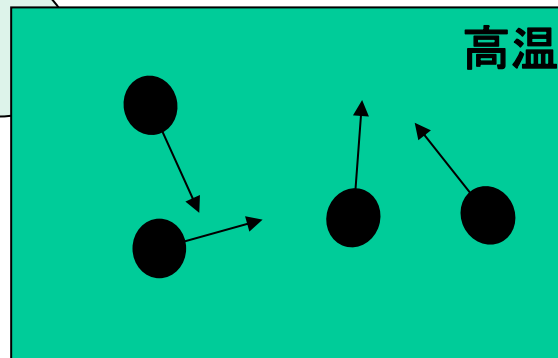
原子気体のボース・アインシュタイン凝縮の実現

レーザー冷却の技術を駆使して、1995年に実現したルビジウム金属の原子の**ボース・アインシュタイン凝縮**は**100 nK** という非常に低い温度で実現しました！

気体を冷却していくと、液体へ、そして、固体へと変化するはずですが、...

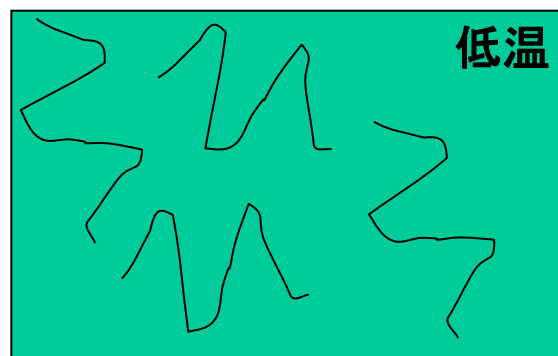
この凝縮体の原子の密度は低く、あくまで、気体のままです

気体の過冷却した、寿命の長い特別な状態が原子気体のボース凝縮であると言えます。



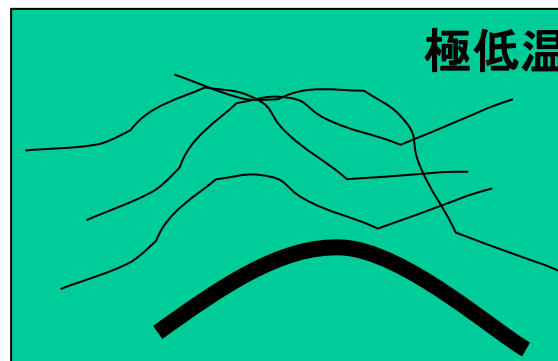
原子はランダムに熱運動をする

$$l \gg \lambda_{dB}$$



低温になった原子では、波動性が顕著に表れる

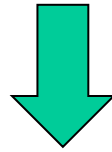
$$l > \lambda_{dB}$$



互いの波が重なり合い量子力学的相転移が起きる

$$l \approx \lambda_{dB}$$

(超低温の)原子は「量子力学」に従う

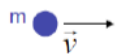


ドブロイ波長

$$\lambda_{dB} = h/p$$

1.3 古典から量子の世界へ (高温) (低温)

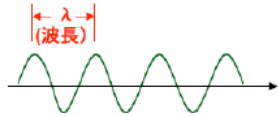
・古典論: 粒子的世界観


$$\vec{p} = m\vec{v}$$

・量子論: すべてのものは波である

波動関数: $\psi(X)$

存在確率: $|\psi(X)|^2$



$$p = \frac{h}{\lambda}$$

λ : 運動量 p の粒子の波としての波長

h : プランク(Planck)定数 $6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
(量子力学の世界の定数)

佐々木
先生
講義
スライド

光子や電子とは違って、
原子は原子核と電子から
なる複合粒子です。

そんな、原子の波も干渉
するでしょうか？

実は、かなり以前から、
原子の干渉は確認されて
いました。

最近になって、これから
学ぶレーザー冷却によっ
て原子の極低温が実現
し、ドブロイ波長が長くな
り、よりはっきりと原子の
波の干渉が観測できるよう
になりました。

1920年代「粒

1929年 ノー
光量子との類

物

「電子の波

粒子とされている
を電子線プリズムに
込むと。。。

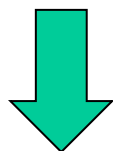


Louis-Victor
Raymond de

と

ると
る!!

(超低温の)原子は「量子力学」に従う

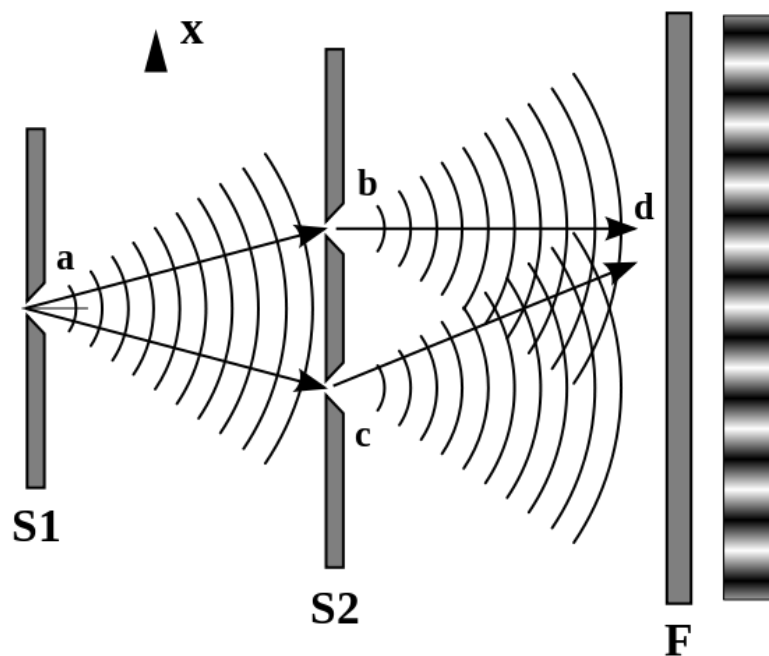


ドブロイ波長

$$\lambda_{dB} = h/p$$

h : プランク定数
 p : 原子の運動量

ヤングの2重スリット



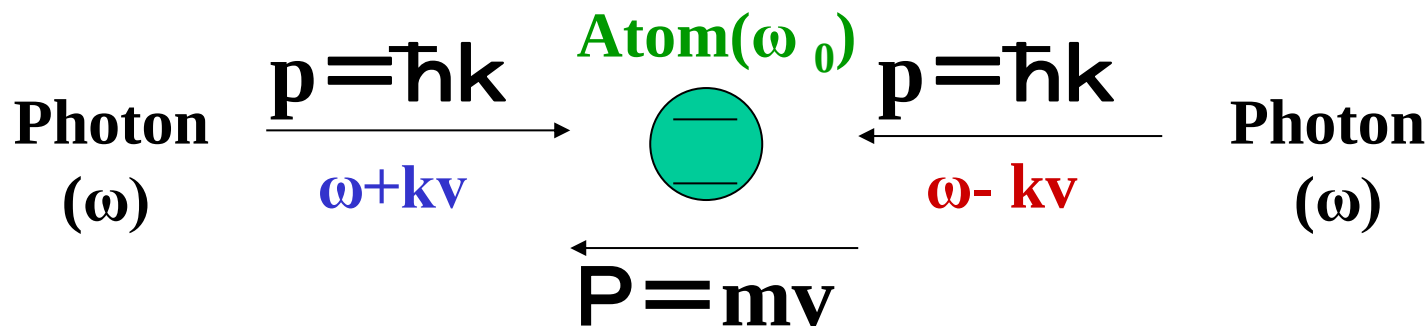
<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%A4%E3%83%B3%E3%82%B0%E3%81%AE%E5%AE%9F%E9%A8%93>

中性原子のレーザー冷却法の開発



1997 S. Chu, C. Cohen-Tannoudji, W. D. Phillips

“Doppler Cooling”



気体原子のボース凝縮の実現に重要な役割を果たしたのが、**レーザー冷却**です。これにより、

$T = 1 \mu\text{K}$ 、

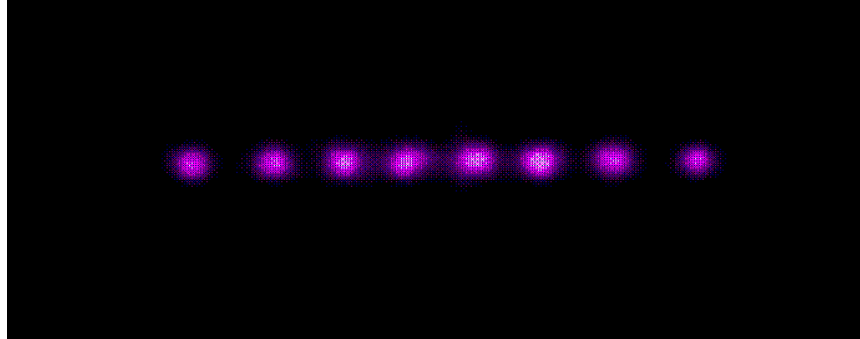
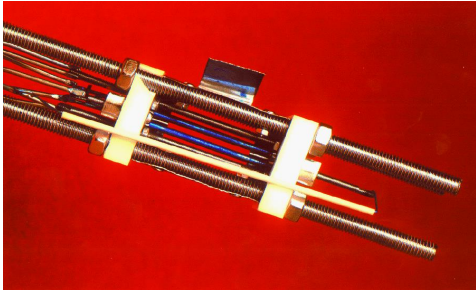
相互作用時間 $> 1 \text{ h}$ 、

光による原子の運動のコントロール

が可能になりました。

“単一の原子”を観測することが可能に！

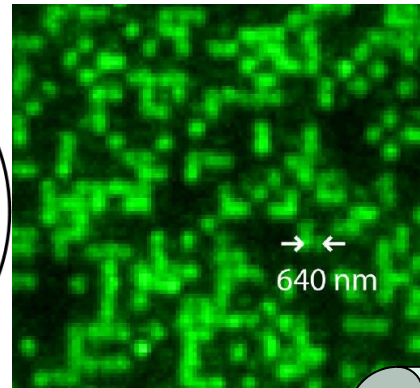
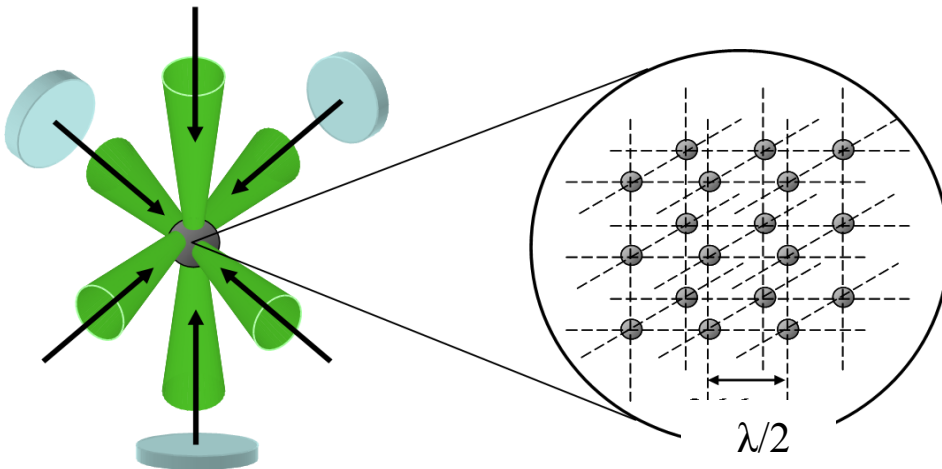
イオントラップ



最先端技術を駆使することにより、**たった一つの原子やイオン**を高感度に観測することが、可能になりました。

イオントラップという手法により、単一のイオンを長時間閉じ込めることが可能です。

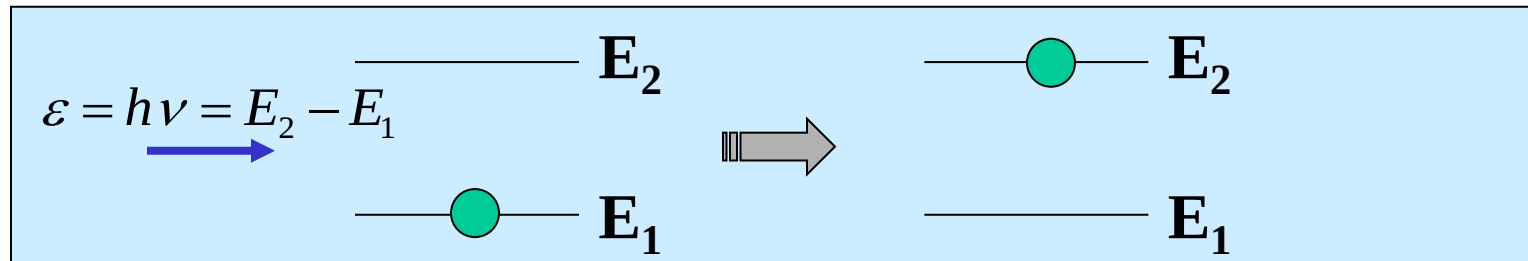
光格子



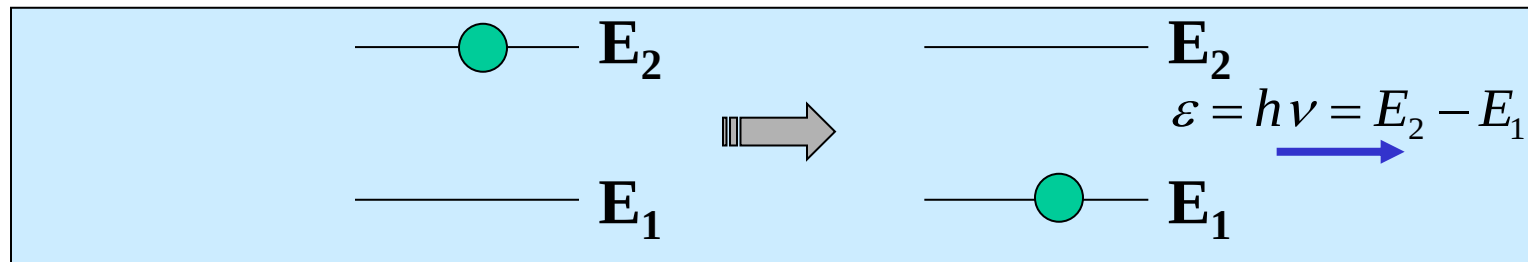
中性原子を、周期的なポテンシャルに閉じ込めたものを、**光格子**といいます。

2. 光子と原子の相互作用

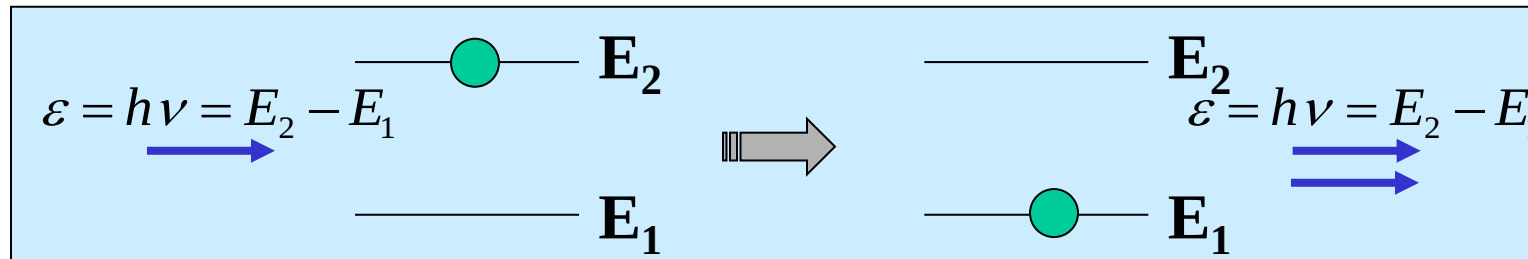
吸収、自然放出、誘導放出



“吸収”



“自然放出”



“誘導放出”

LASERというのは、実は、**Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation**の頭文字の略語です。誘導放出過程が重要な役割を演じていることがわかります。

また、自然放出のレートは、**アインシュタインのA係数**に、吸収および誘導放出のレートは**アインシュタインのB係数**という量に、それぞれ比例しています。

3. レーザー冷却・トラップの原理

原子にレーザー光を照射すると、吸収・自然放出・誘導放出の3つの過程が同時におこることを学びました。

その際、“光子と原子との間のエネルギーのやりとり”に着目しました。

光子は(原子も)、運動量を持っていますので、光と原子の相互作用で、運動量がやり取りされています。

その結果、レーザー光は、原子に対して、“力学的な力”、を与えることができます。注意：単位時間あたりの運動量変化が力です。

次に、その力学的な力の一つ、

3-1. 光が原子に及ぼす力：その1-放射圧

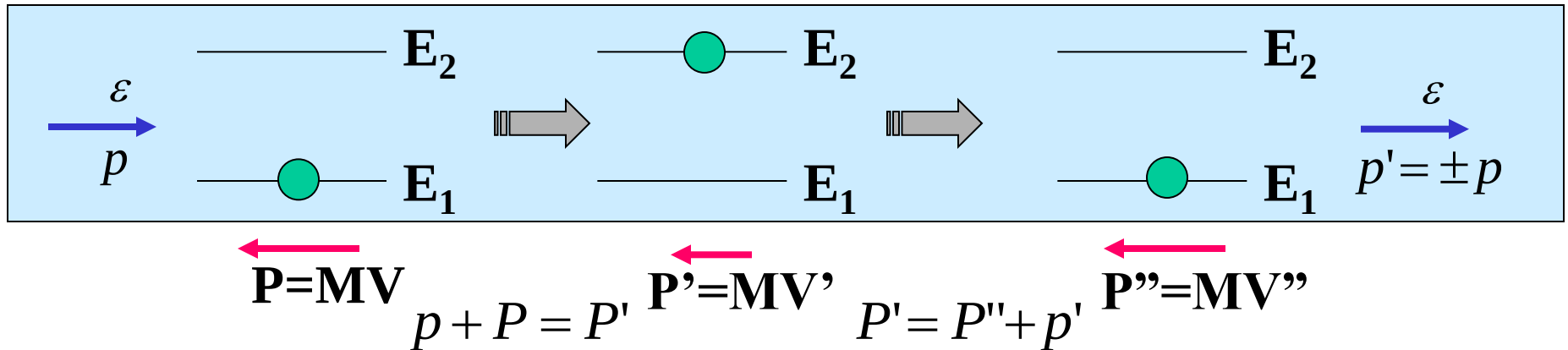
を詳しく見ていきます。

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-1. 光が原子に及ぼす力: その1-放射圧

(i) 運動量の授受

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \quad p = h/\lambda = \hbar k$$



最初に、原子が、内部状態が基底状態、外部状態が重心運動量 P を持った状態とします。そこに、光子が左からやってきます。

ここで、吸収という過程が起きると、原子は、内部状態が励起状態、外部状態は重心運動量が変化して P' になります。光子はありません。

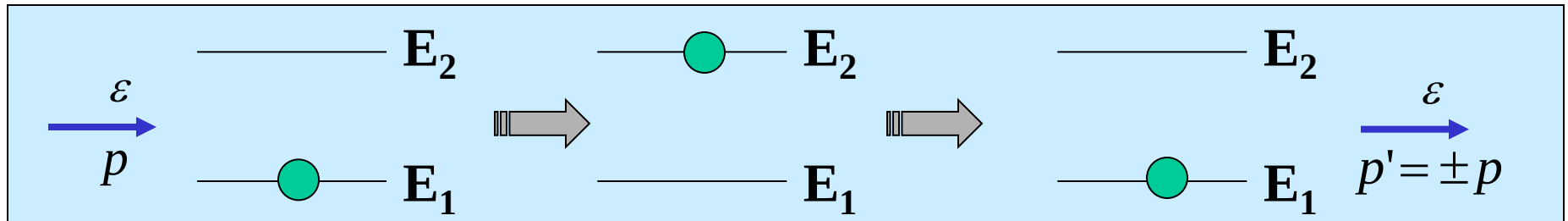
引き続き、自然放出過程が起きると、原子は、内部状態が基底状態、外部状態が重心運動量がまた変化して P'' になります。光子は右または左に放出されます。

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-1. 光が原子に及ぼす力: その1-放射圧

(i) 運動量の授受

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \quad p = h/\lambda = \hbar k$$



$$\begin{aligned} \text{Before: } P &= MV \\ \text{After absorption: } P' &= MV' \\ \text{After emission: } P'' &= MV'' \end{aligned}$$

$$p + P = P' \quad P' = P'' + p'$$

$$P' \text{ を消去 } \longrightarrow p + P = P'' + p'$$

$$P'' - P = M(V'' - V) = M\Delta V = p - p'$$

$$N(>>1) \text{ 回の吸収放出サイクルを繰り返すと } M\Delta V = N \times p - N \times \langle p' \rangle = N \times p$$

放射圧: 力の表式:

$$F \equiv \frac{dP}{dt} = \frac{dN}{dt} \times p = q \times \hbar k \quad q \leq \frac{1}{2T_1}$$

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-1. 光が原子に及ぼす力: その1-放射圧

(i) 運動量の授受

放射圧: 力の表式: $F \equiv \frac{dP}{dt} = \frac{dN}{dt} \times p = q \times \hbar k$ $q \leq \frac{1}{2T_1}$

例として、**アルカリ金属原子の ^{23}Na** の場合を考えてみましょう。
ここで、寿命: $T_1 = 17 \text{ ns}$ 、 $\lambda = 598 \text{ nm}$, $M = 23 M_p$ です。

このとき、

加速度: $a \equiv F / M = 10^6 \text{ m/s}^2$ という非常に大きな値になります。

このとき、初速度 1 km/s を持った原子を速度をゼロにするまでに

かかる時間: $t = V_0 / a = 1 \text{ msec}$

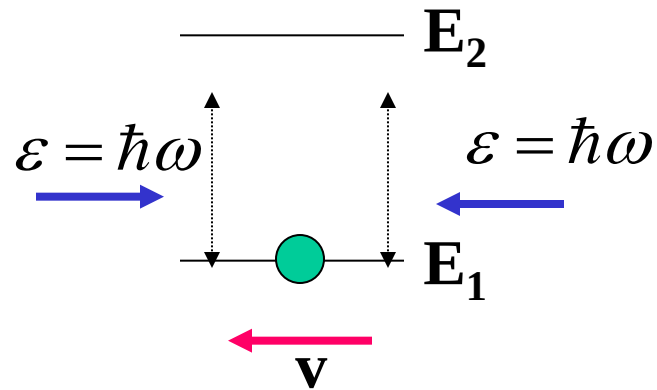
止まるまでの距離: $l = V_0^2 / (2a) = 0.5 \text{ m}$

その際に吸収した光子の数は $N = MV_0 / (\hbar k) = 3 \times 10^4$

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-2. ドップラー冷却法

(i) 光モラセス中の2準位原子



“実験室系”

$$\varepsilon = \hbar\omega < E_2 - E_1$$

この**放射圧**を利用することにより、**原子の温度を冷却**することができます。

その代表的なものに、**光のドップラー効果**を利用した**ドップラー冷却法**があります。

原子に両側から、共鳴周波数より低い周波数のレーザー光を照射するという状況を考えます。この配置のことを、**光モラセス**と呼びます。

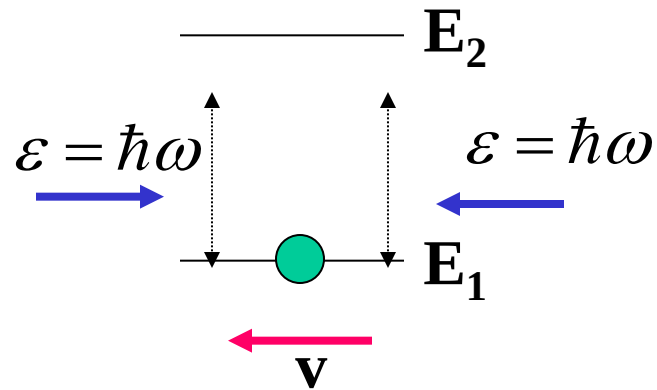
モラセスというのは、**糖蜜**のことで、ここでは、**粘性力が大きく働いている**ことを意味しています。

(その理由はすぐあとにわかります)。

3. レーザー冷却・トラップの原理

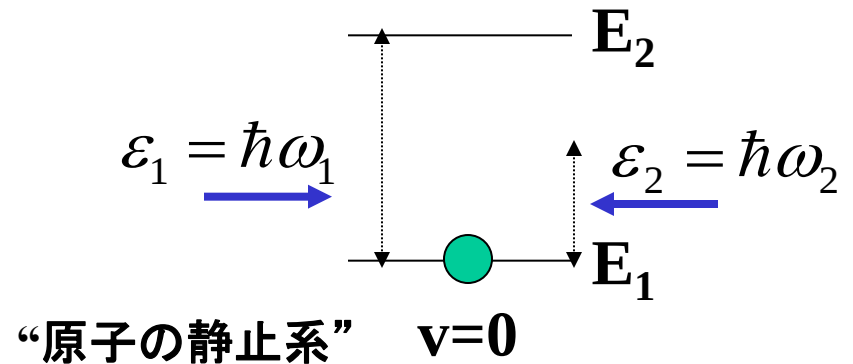
3-2. ドップラー冷却法

(i) 光モラセス中の2準位原子



“実験室系”

$$\varepsilon = \hbar\omega < E_2 - E_1$$



“原子の静止系” $v=0$

$$\varepsilon_1 = \hbar\omega_1 = \hbar\omega\left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_2 - E_1$$

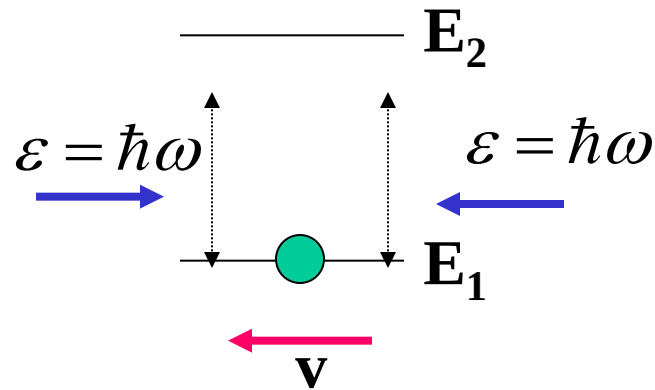
$$\varepsilon_2 = \hbar\omega_2 = \hbar\omega\left(1 - \frac{v}{c}\right) \ll E_2 - E_1$$

この状況を、“**原子が静止した系**”で見ると右上のようになります。
実験室系では、原子は左向きに速度 v を持っていたので、ドップラー効果により、
左から照射された光の周波数は、高周波数側にシフトします。
右から照射された光の周波数は、低周波数側にシフトします。
その結果、**対向しているレーザー光からの力をより大きく受ける**ことになります。

3. レーザー冷却・トラップの原理

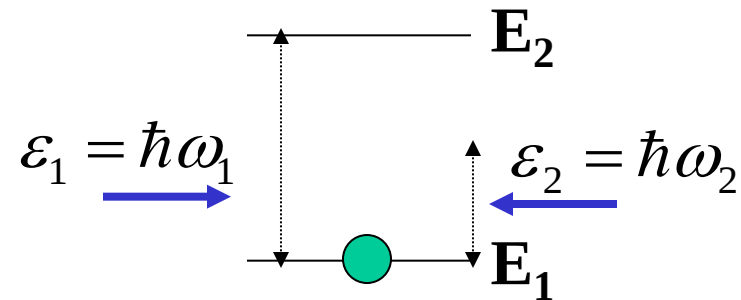
3-2. ドップラー冷却法

(i) 光モラセス中の2準位原子



“実験室系”

$$\varepsilon = \hbar\omega < E_2 - E_1$$



“原子の静止系” $v=0$

$$\varepsilon_1 = \hbar\omega_1 = \hbar\omega\left(1 + \frac{v}{c}\right) = E_2 - E_1$$

$$\varepsilon_2 = \hbar\omega_2 = \hbar\omega\left(1 - \frac{v}{c}\right) \ll E_2 - E_1$$

ドップラー限界温度:

$$k_B T_D = \frac{\hbar}{2T_1}$$

$$\mathbf{F} = -a\mathbf{V}$$

例: ^{23}Na $T_D = 240 \mu\text{K}$

この時、力は $\mathbf{F} = -a\mathbf{V}$ となって、粘性力となります。

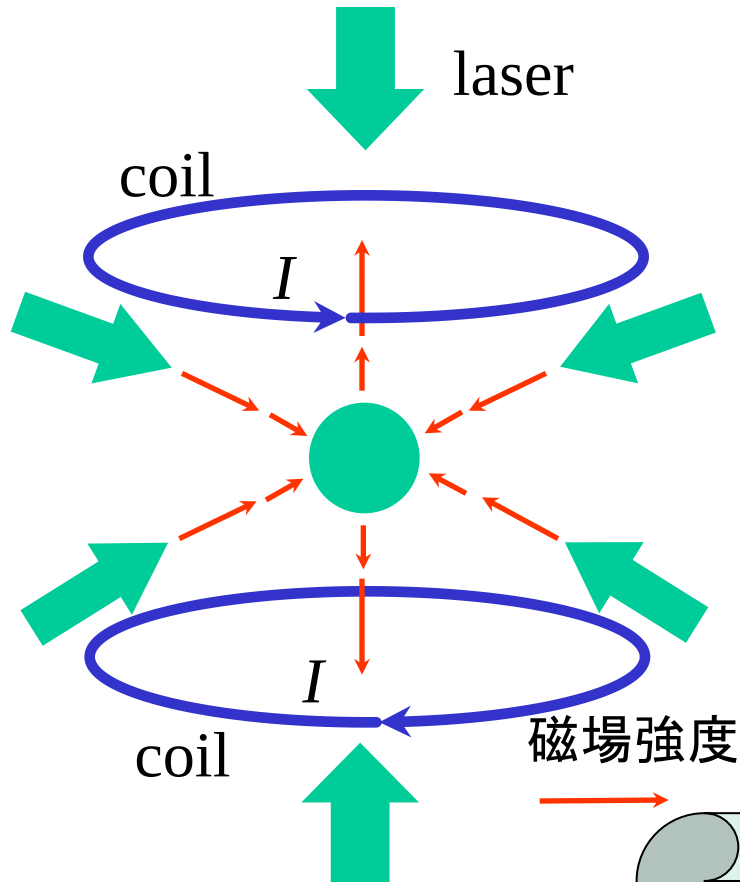
この冷却効果と、ランダムな自然放出の加熱効果のバランスで温度が決まり、それをドップラー限界温度と呼び、左の表式で与えられることが知られています。

3. レーザー冷却・トラップの原理

(ii) 磁気光学トラップ (Magneto-Optical Trap: MOT)

3次元的な不均一(=空間的に変化する)磁場によるゼーマン効果を利用

→ 空間のある領域に閉じ込める
(=トラップ)することが可能



ドップラー冷却法はあくまで**冷却**で、原子を空間的に閉じ込めること(=**トラップ**)はできません。

原子に左図のような、**空間的に変化する磁場**を加えると、**原子のエネルギー準位が空間的に変化**します。

放射圧は共鳴に近いほど大きくなる、ということを利用し、この方法：**磁気光学トラップ(MOT)**でも利用しています。

ドップラー冷却の時は、**ドップラー効果による周波数シフト**を利用しました。

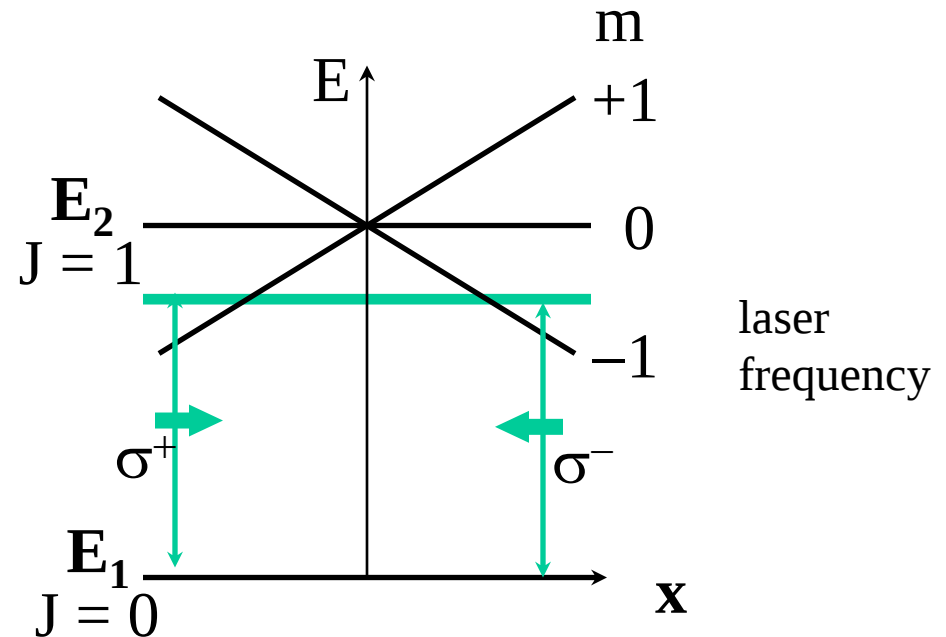
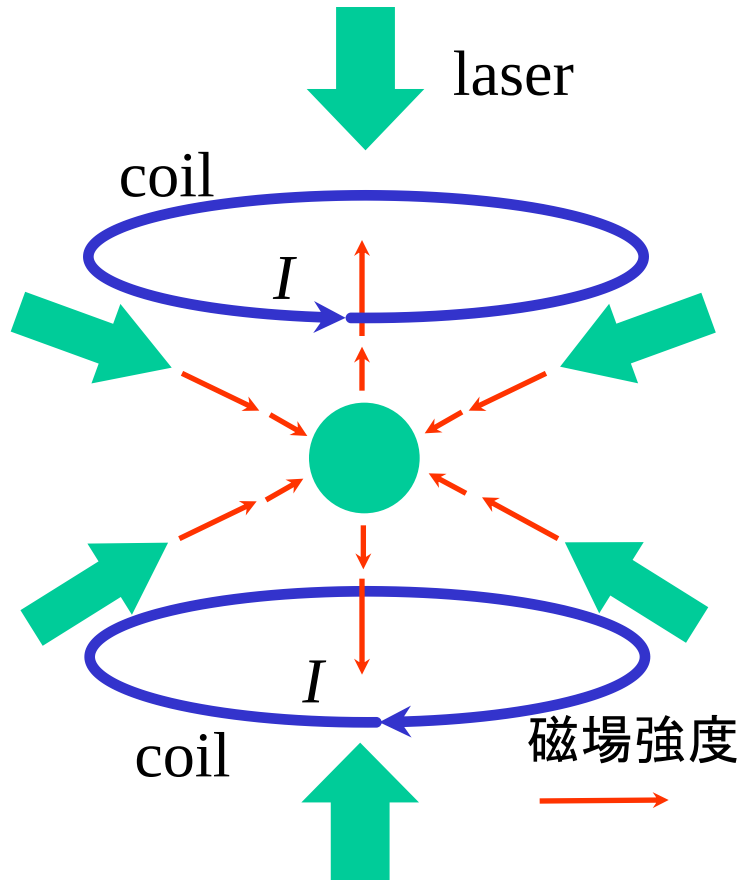
MOTでは、さらに、**ゼーマン効果による共鳴周波数シフト**を利用します。

3. レーザー冷却・トラップの原理

(ii) 磁気光学トラップ (Magneto-Optical Trap: MOT)

3次元的な不均一(=空間的に変化する)磁場によるゼーマン効果を利用

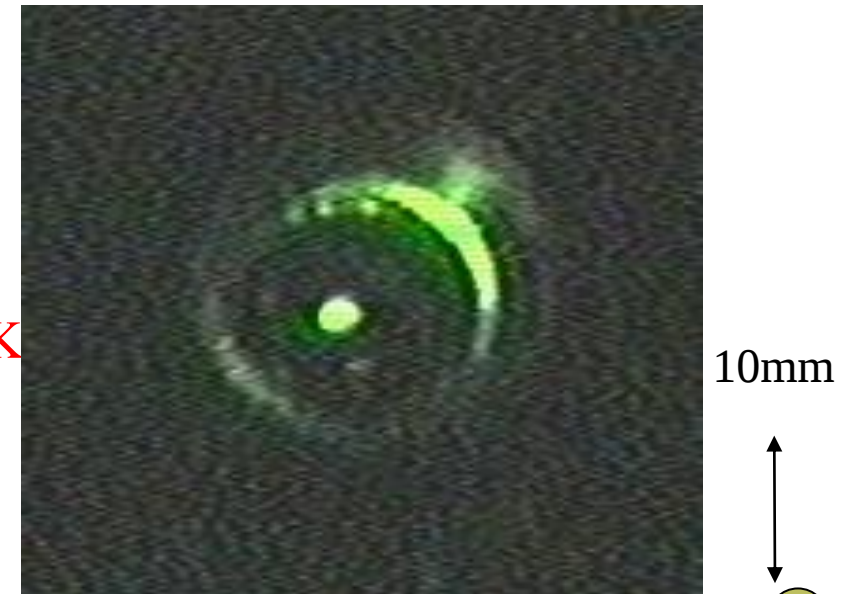
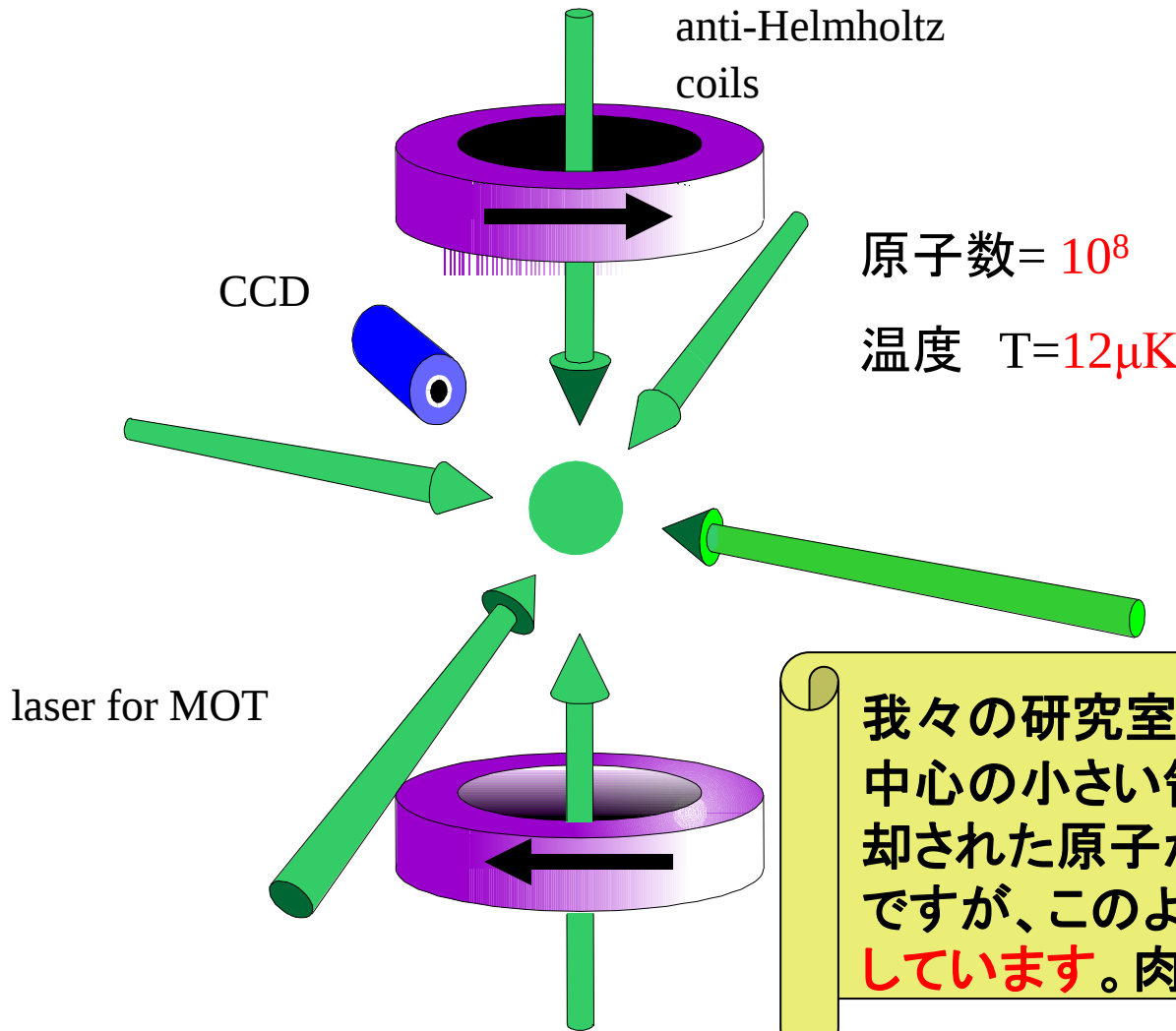
→ 空間のある領域に閉じ込める
(=トラップ)することが可能



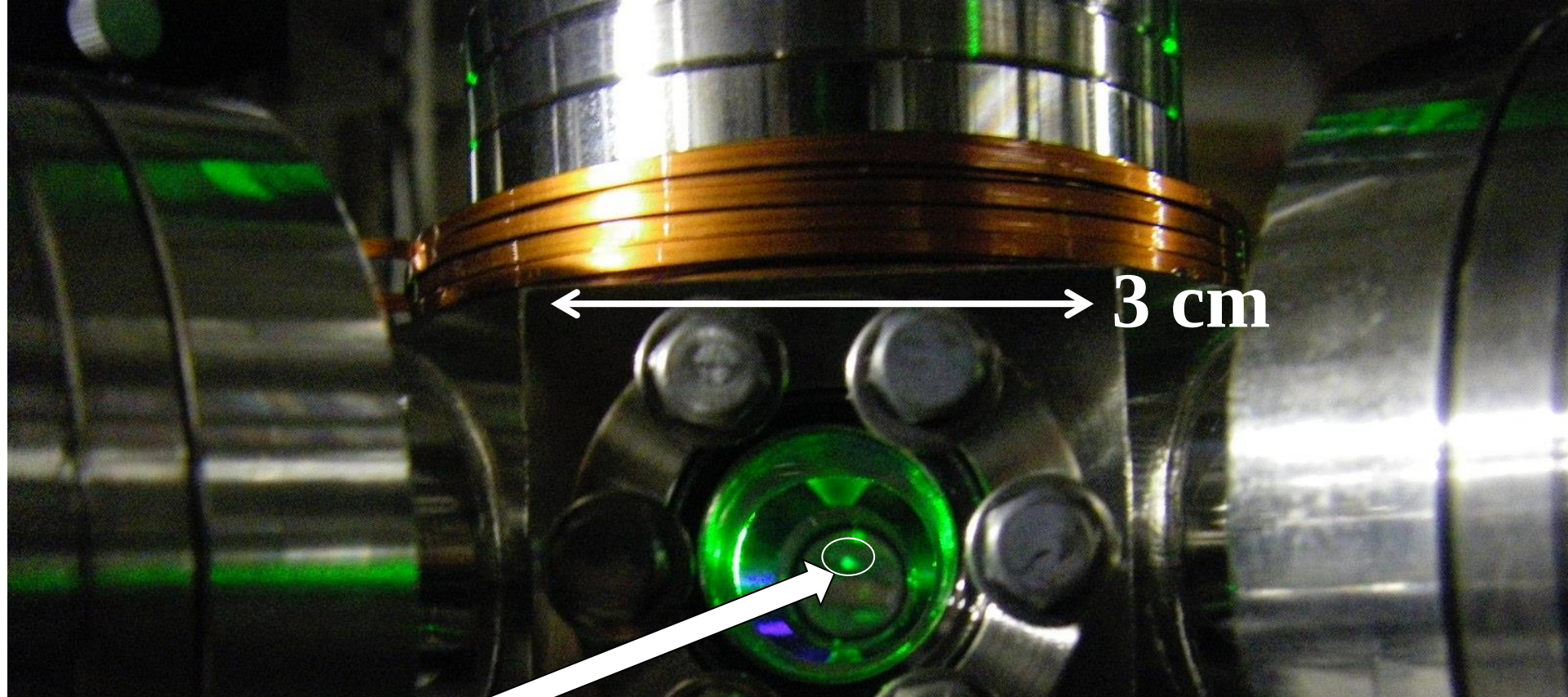
エネルギー準位構造は、上図のようになります。
原点で、**励起状態のエネルギー準位が交差**しています。
左からは**右回り円偏光**、右からは**左回り円偏光**
の光を入射して、左右の力のバランスを崩します。

磁気光学トラップ Magneto Optical Trap (MOT)

イッテルビウム原子のMOT



我々の研究室で行ったMOTの実験の画像です。中心の小さい領域で、明るく光っているのが、冷却された原子からの発光です。温度はとても低いですが、このように**激しく光の吸収・放出を繰り返しています**。肉眼でも確認できます。



← → 3 cm

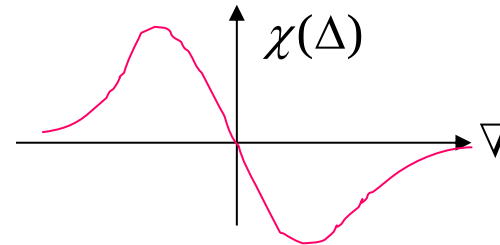
- 原子数: 10^7
- 密度: $10^{11}/\text{cm}^3$
- 温度: $10\mu\text{K}$

3. レーザー冷却・トラップの原理

3-3. 光が原子に及ぼす力: その2-双極子力

光双極子相互作用: $V_{\text{int}} = -p \times E$ $p = \chi E$: 光誘起電気双極子モーメント

$$U_{\text{pot}}(r) = \int_0^E dV_{\text{int}} = - \int_0^E p dE = - \frac{\chi E(r)^2}{2}$$



放射圧は、実際に原子が光を吸収する(その後自然放出)ことに起因する力でしたが、別の種類の力、**双極子力**は、原子が光を“virtualに”吸収と誘導放出することに起因する力です。

光によって原子には**電気双極子モーメント**が誘起されます。
その電気双極子モーメントは、再び、光と**電気双極子相互作用**します。そのため、**エネルギーは光の電場の2次に比例**します(=**強度に比例**)。

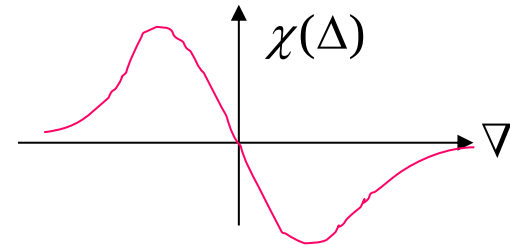
感受率 χ は、周波数に依存していて、一般的には
共鳴周波数より高い周波数では負、共鳴周波数より低い周波数では正です。

3. レーザー冷却・トラップの原理

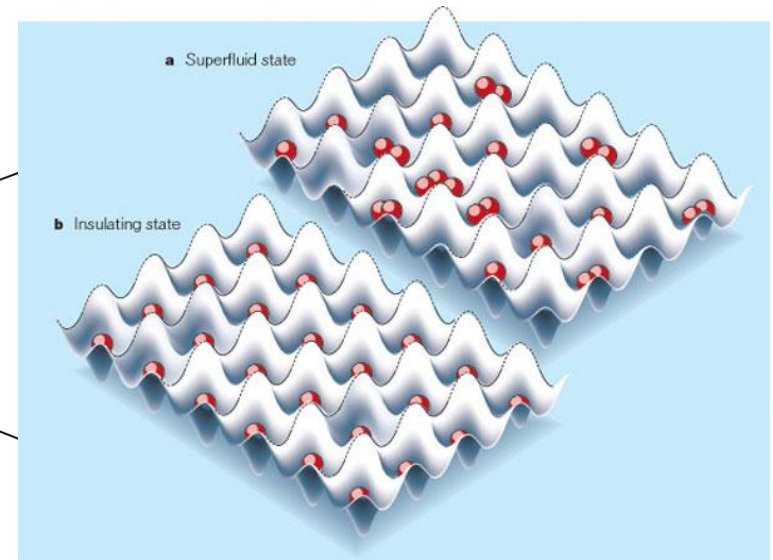
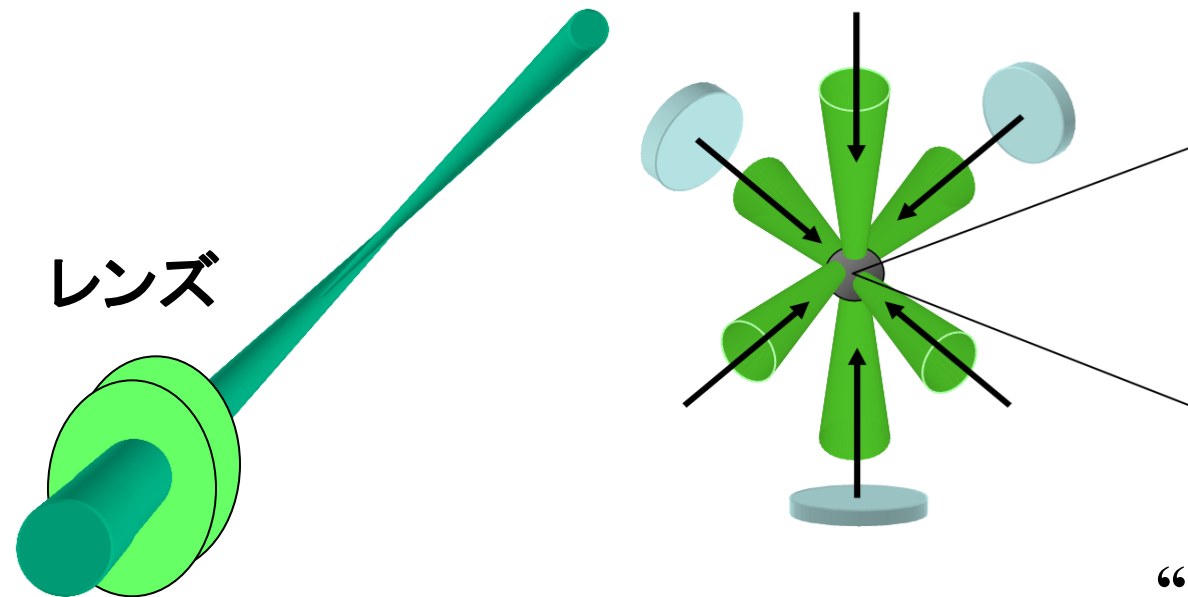
3-3. 光が原子に及ぼす力: その2-双極子力

光双極子相互作用: $V_{\text{int}} = -p \times E$ $p = \chi E$: 光誘起電気双極子モーメント

$$U_{\text{pot}}(r) = \int_0^E dV_{\text{int}} = -\int_0^E p dE = -\frac{\chi E(r)^2}{2}$$

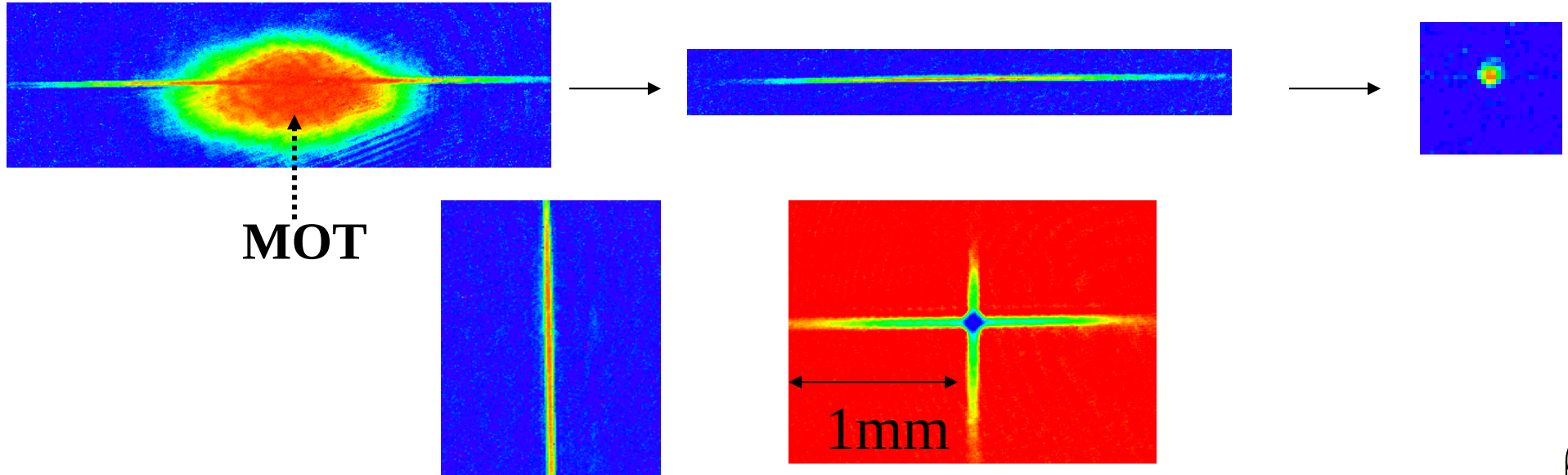


→ 強度が空間的に極大または極小を持つようなレーザービームを用いることで、トラップすることが可能



“光格子”

様々な光トラップ

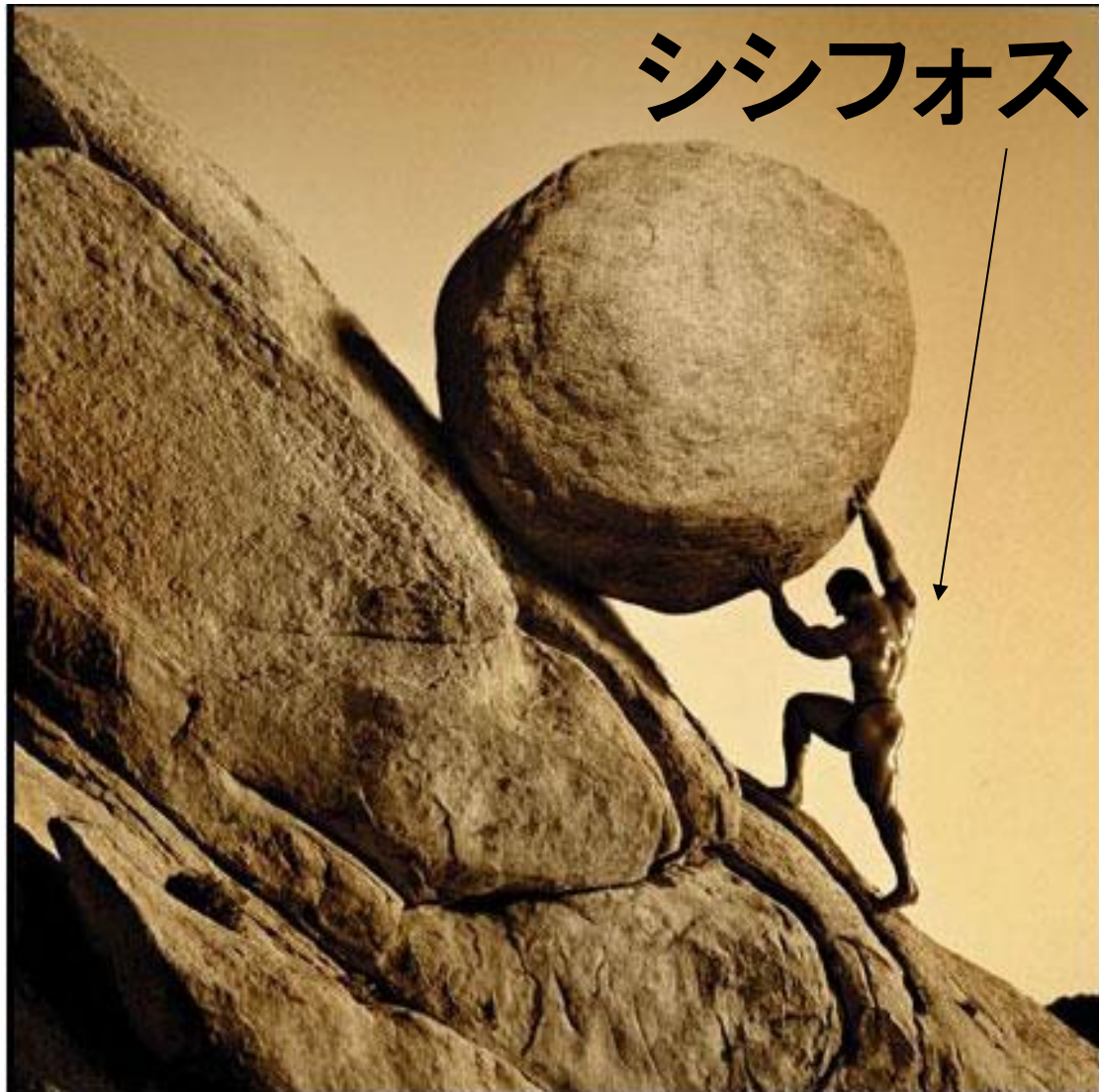


上の画像は、全て、共鳴周波数より低い周波数の光によるトラップです。光ビームの形状・方向によって、原子のトラップの形状・方向が変わってきます。

一般的には、左上図のように、MOTから光トラップに原子を移行させます。

3. レーザー冷却・トラップの原理

—— シシフォス (Sisyphus) 冷却 ——



光双極子力(または光トラップ)を用いて、**ドップラー限界温度より低温**を実現することができます。その代表的なものが、**シシフォス冷却**です。

理想的には、**反跳限界温度**までの冷却が可能です。

反跳限界温度:

$$k_B T_R = \frac{(\hbar k)^2}{2M}$$

$$T_R \sim \text{数}100 \text{ nK}$$

シシフォス (Sisyphus) 冷却

