

## 低温科学A H30 (2018)年度 前期

低温科学A 前期木曜4限 402室 (低温科学全般)

1. 低温科学入門、超伝導現象 (石田)

4/12、4/19、4/26、5/10

2. **超流動現象**、低温の歴史と技術 (佐々木)

5/17、5/24、5/31 \* 5/18 理物 ローレンツ祭

3. 低温科学と量子力学 (金属中の電子、超伝導、超流動) (柳瀬)

6/7、6/14、6/21

4. 低温分光 (レーザー冷却など) (高橋)

6/28、7/5、7/12 \* 7/19 実験室見学

低温科学B 後期金曜5限 201室 (特に超伝導とその応用を中心に)

1. 物質の磁性と超伝導

(局在電子系～遍歴電子系・新しい超伝導物質まで) (吉村)

2. 物質の超伝導(有機超伝導) (前里)

3. 超伝導応用I (超伝導磁石・核磁気共鳴MRIへの応用) (竹腰)

4. 超伝導応用II (エネルギー貯蔵、電力輸送、発電への応用) (白井)

5. 超伝導応用III (超伝導量子磁束計の地球物理学への応用) (福田)

6. 磁性I (強磁場と低温物性) (植田)

7. 磁性II (鉄の強磁性の起源と磁性体のデバイス応用) (中村)

## 超流動

理学研究科 物理学第一教室

低温物理学研究室

佐々木 豊 (tel:075-753-3755)

sasaki@scphys.kyoto-u.ac.jp

## 2. 超流動その2

### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動

### 2.7 二流体モデルと超流動現象

### 2.8 量子渦

講義に用いたスライドは<http://www.ltm.kyoto-u.ac.jp/lecturenote>よりダウンロード出来ます。復習にご利用下さい。

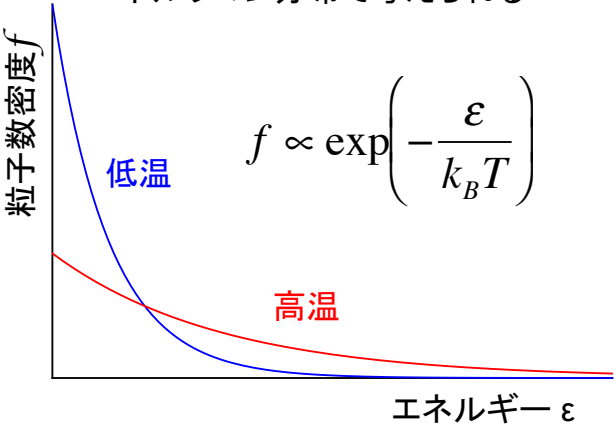
## 2. 超流動

### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動

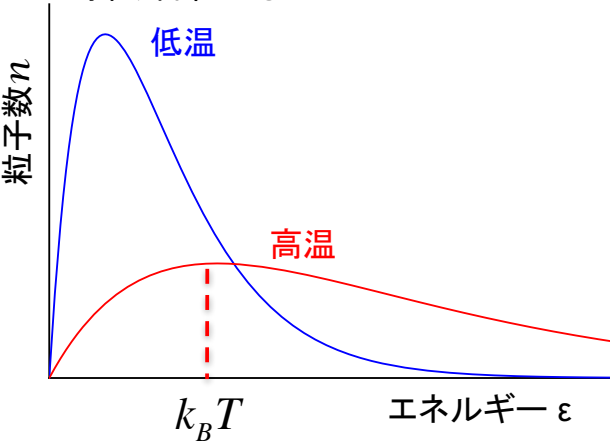
温度: 物質を構成する多数の粒子(原子、分子など)がばらばらに持つ運動エネルギーの平均値

古典的な(量子力学の影響を受けていない)粒子の世界

エネルギー $\varepsilon$ を持つ粒子の割合はボルツマン分布で与えられる



同じエネルギーにある状態の数を掛け合わせると



注:  $\exp(x) = e^x$ ,  $e=2.718...$

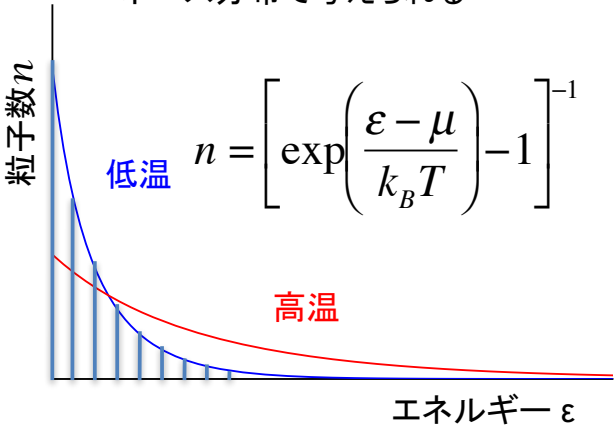
## 2. 超流動

### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動

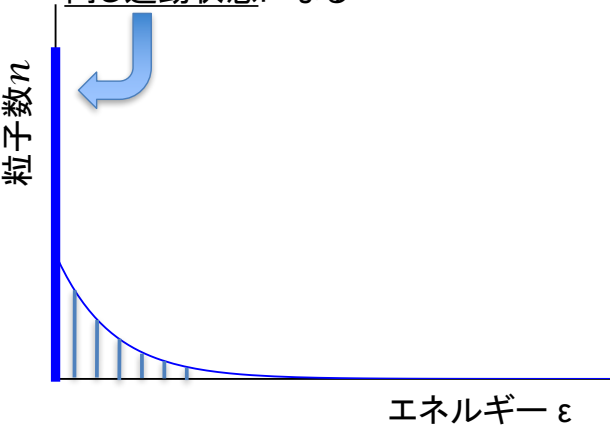
量子力学の世界: 離散的な状態(運動量、運動エネルギー)のみがある

量子力学の影響を受けているボース粒子の世界

エネルギー $\varepsilon$ を持つ粒子の割合はボース分布で与えられる

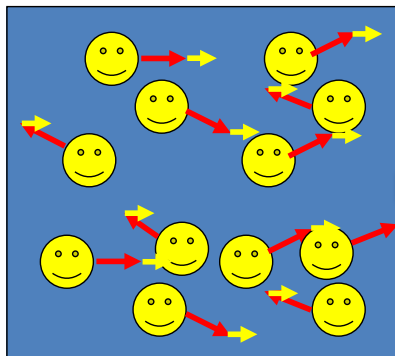


ボース・アインシュタイン凝縮温度以下では大量の粒子が最低エネルギーの同じ運動状態になる



## 2. 超流動

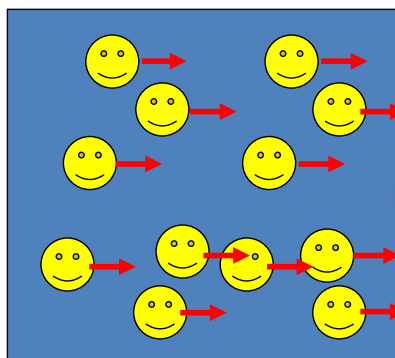
### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動 通常の流体(粘性あり)と超流動体(粘性なし)



通常の流体では  
バラバラに運動する各粒子の速度の平均が  
全体の運動の向きに値を持つ。

$$v \neq 0, \quad \langle v \rangle = v_0$$

各粒子が衝突を繰り返す間に速度の平均はゼロになる。  
すなわち動いている流体はいずれ静止する。(粘性)

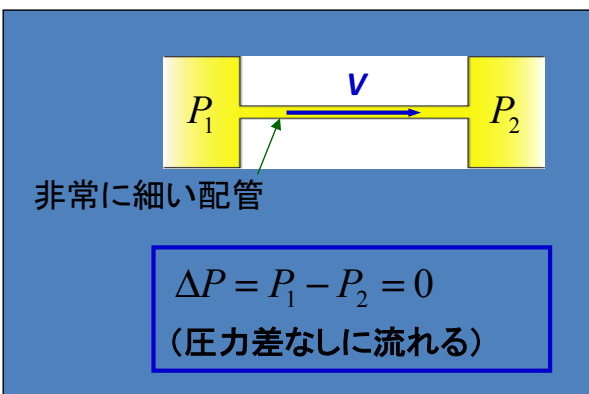


ボース・アインシュタイン凝縮をおこした  
超流動体では各粒子が  
最低エネルギーの同じ運動状態にある。  
いつまでも同じ運動をする。(粘性の消失)

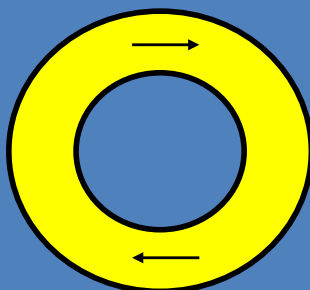
## 2. 超流動

### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動

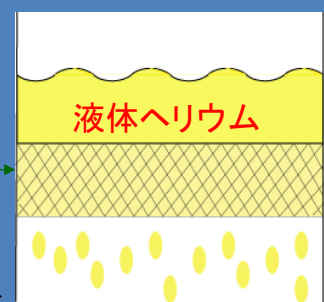
粘性の消失:  
小さな穴もスルスルと通り抜ける



永久に  
流れる



非常に細い  
粉を詰める  
(スーパー・リーク)  
高温ではたまっ  
ているが  $T < 2.17\text{K}$  で  
は一気に流れ出る



## 2. 超流動

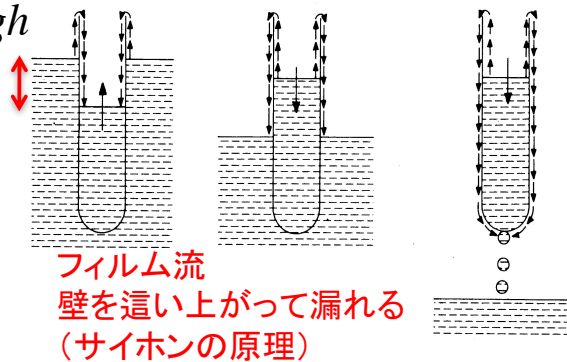
### 2.6 ボース・アインシュタイン凝縮と超流動

フィルム流:

壁にくっついた厚さ30nmの  
フィルム内を超流動体は  
自由に流れる

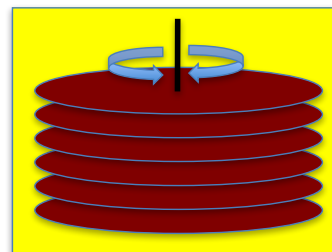
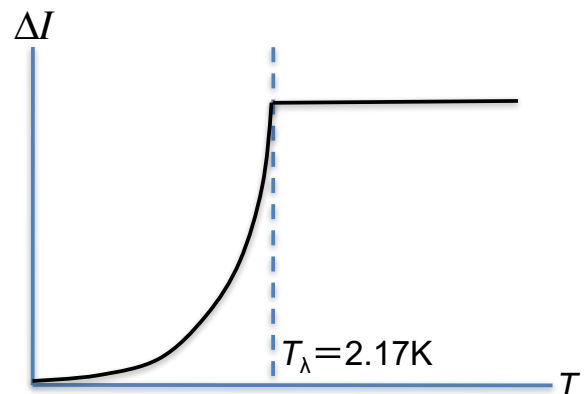
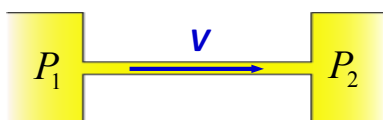
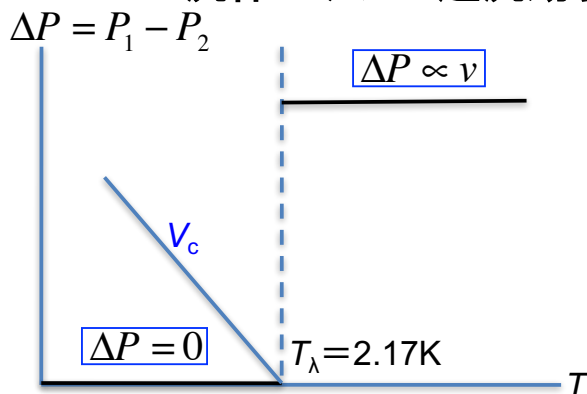
$$30\text{nm} \times (2\pi \times 1\text{cm}) \times 10\text{m/s} = 20\text{mm}^3/\text{s}$$

$$\Delta p = \rho g h$$



## 2. 超流動

### 2.7 二流体モデルと超流動現象



$$\omega \propto \sqrt{\frac{k}{I + \Delta I}}$$

細管流による測定では  
粘性は $T_\lambda$ でいきなり消失  
(臨界速度 $v_c$ 以下では $\Delta P = 0$ )



捻れ振動子による測定では  
粘性は温度低下とともにゆっくり消失

## 2. 超流動

### 2.7 二流体モデルと超流動現象

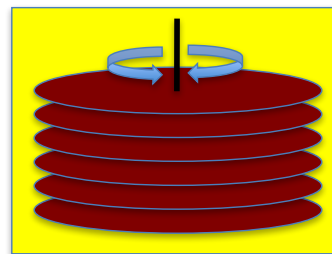
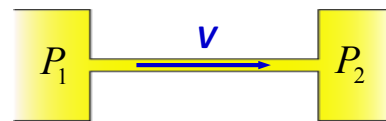
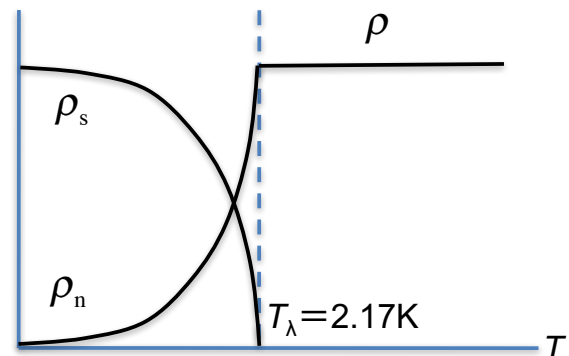
粘性のない超流動成分  $\rho_s$  と  
粘性のある常流動成分  $\rho_n$  の混合物

$$\rho = \rho_s + \rho_n$$

超流動成分：  
最低エネルギー状態にいる  
エントロピーを持たない部分  
絶対零度では100%になる

常流動成分：  
より高いエネルギー状態にいる  
エントロピーを持つ部分  
絶対零度では消滅

細管流では超流動成分だけが流れた  
捻れ振動子では常流動成分の量が測定された



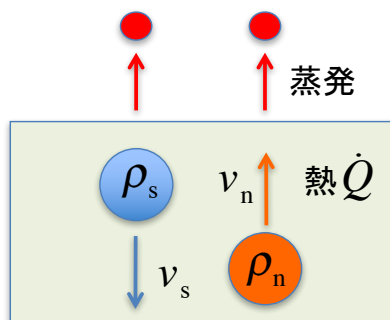
## 2. 超流動

### 2.7 二流体モデルと超流動現象

超熱輸送： 静かに蒸発する超流動ヘリウムの正体  
超流動成分と常流動成分が  $\rho v = \rho_s v_s + \rho_n v_n = 0$   
を守りながら入れ替わる熱対向流  
質量の移動を伴わない熱の流れ

超流動成分：  $\rho_s$   
エントロピーを持たない＝熱を運ばない

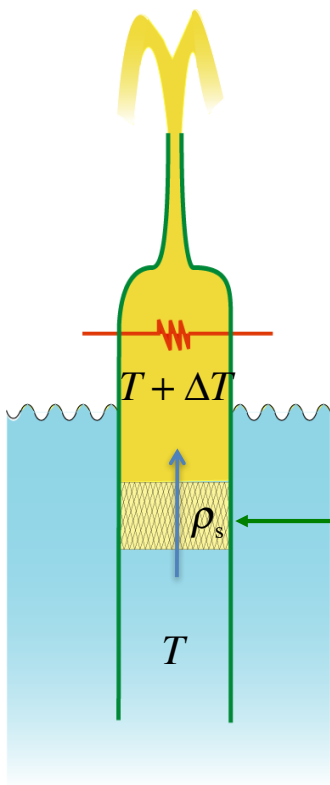
常流動成分：  $\rho_n$   
エントロピーを持つ＝熱を運ぶ



$T < 2.17\text{K}$ で液面から蒸発する液体ヘリウム

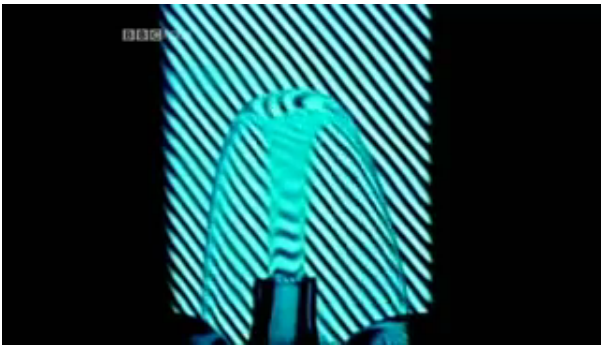
## 2. 超流動

### 2.7 二流体モデルと超流動現象



噴水効果(熱機械効果):  $\Delta p = \rho S \Delta T$   
(S: エントロピー)

温度差  $\Delta T$  のあるところが平衡になるためには  
圧力差  $\Delta p$  が必要  
圧力差が付けられなければ吹き出す



理学部物理ローレンツ祭に参加して  
自分の目で超流動を見てみよう！

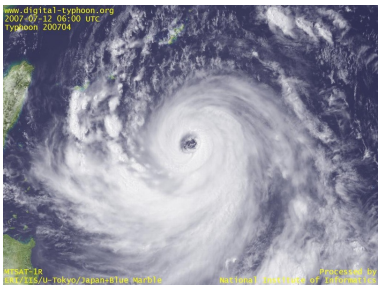
## 2. 超流動

### 2.8 量子渦

超流動体は量子力学に従い波動関数で記述される

$$\Psi = \sqrt{\rho} \exp(i\phi)$$

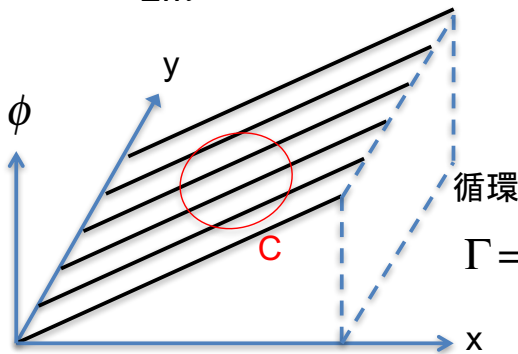
$$|\Psi|^2 = \rho, \quad \exp(i\phi) = e^{i\phi} = \cos(\phi) + i \sin(\phi)$$



地上最大級の渦: 台風

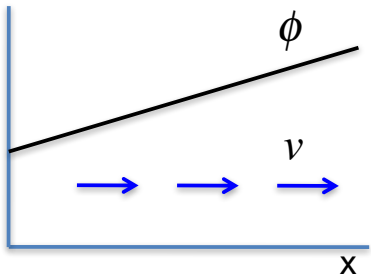
波動関数の(大きさ)<sup>2</sup>はその状態の量を表す⇒密度ρ  
位相φは波としての性質を表し、密度のような物理量には出て来ないが  
位相が空間変化するところには物質の流れvが存在する

$$j = -\frac{i\hbar}{2m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) = \rho \frac{\hbar}{m} \nabla \phi = \rho v$$



$$\Gamma = \oint_C v \cdot d\ell = \frac{\hbar}{m} \oint_C \nabla \phi \cdot d\ell = \frac{\hbar}{m} (\phi_{fin} - \phi_{ini}) = 0$$

⇒ 渦(回転する流れ)は存在しない



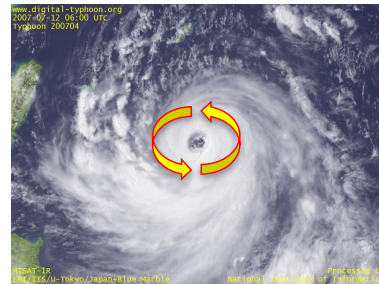


## 2. 超流動

### 2.8 量子渦

渦(回転する流れ)があると循環はゼロでなくなる

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{\hbar}{m} \oint_C \nabla \phi \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{\hbar}{m} (\phi_{fin} - \phi_{ini})$$



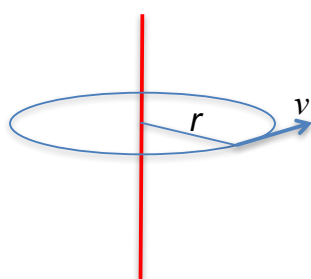
古典的な渦: 台風

古典的な系では任意の値を取れるが、量子力学の支配を受ける超流動体は波動関数の一価性を守るために、飛び飛びの値しか取れない

$$\Gamma = \frac{\hbar}{m} (\phi_{fin} - \phi_{ini}) = \frac{\hbar}{m} \times 2\pi N = \frac{h}{m} \times N \quad (N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

渦の強さ(循環)が量子化された量子渦!

$$\exp(i\phi) = \exp(i(\phi + 2\pi N))$$



$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\boldsymbol{\ell} = v \times 2\pi r$$

$$v = \frac{\hbar}{m} N \times \frac{1}{r}$$

流れの速さも飛び飛びの値しか許されない

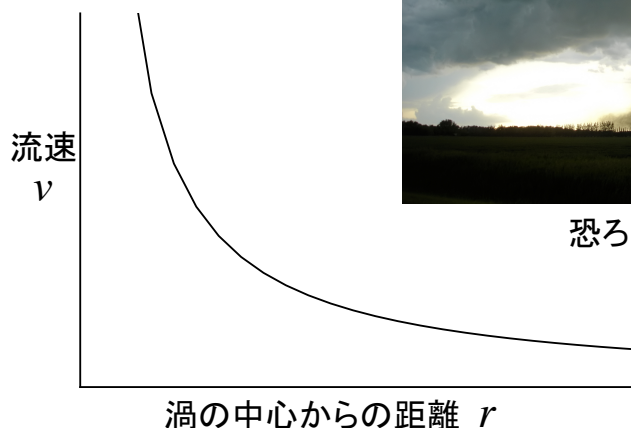
## 2. 超流動

### 2.8 量子渦

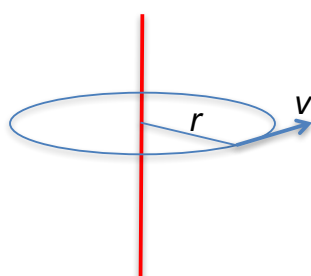
$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\boldsymbol{\ell} = v \times 2\pi r$$

$$v = \frac{\hbar}{m} N \times \frac{1}{r}$$

量子渦の中心に近づくと運動エネルギーが無限大に発散する?



恐ろしい竜巻



超流動とはいえ無限大の速度で運動することはできない



量子化された渦は存在し得ないのか

## 2. 超流動

### 2.8 量子渦

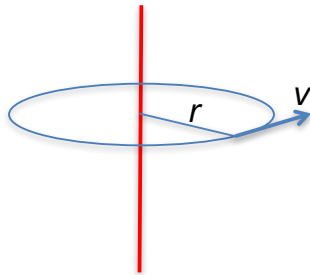
量子渦の中心に近づくとき運動エネルギーが無限大に発散する？ ⇒ NO

$$\Psi = \sqrt{\rho} \exp(i\phi)$$

中心付近で波動関数の振幅をゼロにすることで運動エネルギーの発散を回避



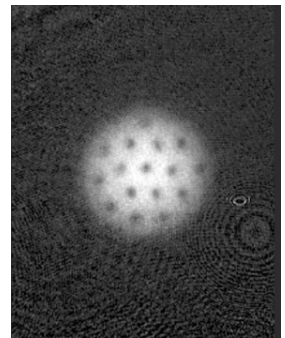
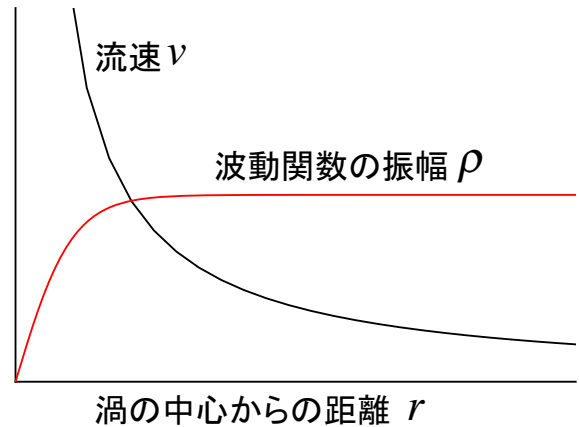
量子化された渦にも台風の目のような芯がある



渦の持つ運動エネルギーは

$$E \propto v^2 \propto N^2$$

$N=2,3,\dots$  の渦は  $N$  本の  $N=1$  の渦に分かれて、格子構造をとる



量子渦の渦格子