

物理実験学2 2017年度 レポート問題 第3回 2018年1月19日出題

1. 磁場コイル

ヘルムホルツコイルを考える。今、半径 r の2つの円形コイルが距離 $2a$ だけ離れてヘルムホルツコイルを形成している。2つの円形コイルの中心軸上に x 軸をおき、2つのコイルの中間点を原点に取る。ここでは2つのコイル間をつなぐ導線や、電流を供給する導線については考えない。

(1) 2つの円形コイルに同じ向きの電流を流した場合、 x 軸上における磁場強度と向きを求めよ。

(2) (1)において、原点近傍での磁場の強度の近似式を求めよ。

その近似式から原点付近で均一度がよくなる条件を求めよ。

(3) 2つのコイルに逆向きの電流を流した場合の原点付近の磁場強度の近似式を求めよ。

2. 磁化の測定

物体の持つ交流磁化率を測定する方法を一つ選んで、図や式を用いて測定方法を説明せよ。

3. 磁場中の水素原子

磁場中の水素原子（分子 (H_2) ではなく原子 H) のエネルギー準位について考える。今、十分な低温状態だとし、1S 軌道（電子の軌道角運動量 $L = 0$ ）のみを考える。また、水素は電子スピンも核スピンも大きさが $1/2$ である。重心の運動を除くと、Hamiltonian は、 $\hat{H} = a\hat{S}\cdot\hat{I} + (g\mu_B\hat{S} - g_N\mu_N\hat{I})\mathbf{B}$ と書ける。ここで、 a は hyperfine constant（超微細構造定数）、 \hat{S} は電子スピン演算子、 \hat{I} は核スピン演算子、 g と g_N はそれぞれ電子と核の g 因子、 μ_B は Bohr 磁子、 μ_N は核磁子、 \mathbf{B} は磁束密度である。

(1) 今、 $\mathbf{B} \parallel \hat{z}$ とする。Hamiltonian を \hat{S}_z 、 \hat{I}_z 、及び、昇降演算子 \hat{S}_+ 、 \hat{S}_- 、 \hat{I}_+ 、 \hat{I}_- を用いて表せ。

(2) この系を記述するためには、電子スピンと核スピンの状態を指定すればよい。今、電子スピンと核スピンは共に大きさが $1/2$ なので、 S_z 、 I_z の固有状態 $|S_z, I_z\rangle$ を基底として状態を記述することにする。ここで、 \hat{S}_z と \hat{I}_z の固有値は $\pm 1/2$ のみなので、+ で $+1/2$ を表し、- で $-1/2$ を表すとすると、4つの基底は、 $|1\rangle = |++\rangle$ 、 $|2\rangle = |+-\rangle$ 、 $|3\rangle = |-+\rangle$ 、 $|4\rangle = |--\rangle$ と置ける。これらの基底を用いて行列 $\langle i|\hat{H}|j\rangle$ ($i, j = 1\sim 4$) を導出せよ。この際、 $\mu^\pm = g\mu_B \pm g_N\mu_N$ を用いてもよい。

(3) 磁場 $\mathbf{B} = 0$ の場合のエネルギー固有値と固有状態がどのようなものになるか述べてよ。

(4) 磁場 \mathbf{B} が有限の場合について考える。時間依存しない Schrödinger 方程式 $\hat{H}|\phi\rangle = E|\phi\rangle$ は、

$$\sum_j \langle i|\hat{H}|j\rangle \langle j|\phi\rangle = E \langle i|\phi\rangle$$

と書ける。 $\langle i|\hat{H}|j\rangle$ を対角化してエネルギー固有値を求め、固有状態 $|\phi\rangle$ を $\tan 2\theta = a/\mu^+B$ となる θ を用いて表せ。

提出期限：2018年2月7日（水）（成績提出の期限があるので注意）

提出先：理学部6号館・教務

担当：松原 明