

# 低温科学A R3 (2021)年度 前期 講義予定

## 低温科学A 前期 (低温科学全般)

1. 低温科学入門、超伝導現象 (石田) 4/8、4/15(実験)、4/22、5/6
2. 超流動現象、低温の歴史と技術 (佐々木) 5/13、5/20、5/27
3. 低温分光 [レーザー冷却など] (高橋) 6/3、6/10、6/17  
(予定) 見学会 6/24
4. 低温科学と量子力学 [金属中の電子、超伝導、超流動] (柳瀬)  
7/1、7/8、7/15

## 低温科学B 後期 (特に超伝導とその応用を中心に)

1. 物質の磁性と超伝導 (局在電子系～遍歴電子系・新しい超伝導物質まで) (吉村)
2. 物質の超伝導 (有機超伝導) (前里)
3. 超伝導応用I (超伝導磁石・核磁気共鳴MRIへの応用) (竹腰)
4. 超伝導応用II (エネルギー貯蔵、電力輸送、超伝導発電への応用) (白井)
5. 超伝導応用III (超伝導量子磁束計の地球物理学への応用) (福田)
6. 磁性I (強磁性と低温物性) (植田)
7. 磁性II (鉄の強磁性起源と磁性体のデバイス応用) (中村)

# 講義ノート・レポート

- (1) 講義ノートは「低温物質科学研究センター(LTMセンター)」のHPで公開しています。  
<http://www.ltm.kyoto-u.ac.jp>  
(講義ノート「低温科学」を選択)

ここをクリック！！



京都大学低温物質科学研究センター

Research Center for Low Temperature and Materials Sciences, Kyoto University

京都大学低温物質科学研究センターのうち寒剤供給業務は環境安全保健機構低温物質管理部門に改組されました。寒剤供給に関するサービスは引き続き当サイトで提供します。寒剤供給に関する問い合わせも従来通り下記の各キャンパスの寒剤供給担当者をお願いします。当分の間サイト上には旧称が残ります。適宜読み変えてください。

- お知らせ
  - 吉田地区寒剤利用者講習会開始時刻繰下げのお知らせ (2017.4.6)
  - 2017年度京都大学寒剤利用者講習会のお知らせ (2017.3.28)
  - 寒剤価格改定のお知らせ (2017.3.27)
- これまでのお知らせ
  - LTMセミナーの御案内
- 寒剤供給システム - 寒剤の申込み、各種情報の入力、等はこちら (学外ネットワークからは見えませんのでVPN接続してからアクセスしてください)
- 研究部門
  - 先端低温基礎研究分野(佐々木 松原)
  - 分子性材料間接・解析研究分野(矢持 大塚 中野)
  - 学際低温応用研究分野(佐藤)
  - 低温機能開発研究分野(寺嶋)
- CONTENTS
  - センター長挨拶
  - センターの概要 (沿革 センター組織)
    - 吉田キャンパス寒剤供給部
    - 宇治キャンパス寒剤供給部
    - 桂キャンパス寒剤供給部

- (2) 提出レポート(数回)に基づいて、成績(2単位、A+・A・B・C・F)を出します(試験なし)。  
レポート課題・締切：各教員から連絡します。  
提出先：理学部教務窓口(6号館1階)

# 低温科学入門

理学研究科 物理学第一教室  
固体量子物性研究室  
石田 憲二 (内線:3752)  
kishida@scphys.kyoto-u.ac.jp

## 1. 低温物理学とは

1.1 温度

1.2 エントロピー

1.3 古典から量子の世界へ  
(高温) (低温)

1.4 量子力学の世界(不確定性原理)

## Leiden, April 8, 1911

ゼロ抵抗発見と同じ日の記述に：  
「液体ヘリウム4の沸騰の様子が、  
1.8Kまで冷える前に変化した」、  
とある。これはオネスの実験ノートに現れる  
初めての「超流動転移」の記述。  
「超伝導」と「超流動」は同じ日の同じ実験  
で観測されていた！

超流動の性質の発見は1937年、  
カピッツァによる (1978年ノーベル賞)

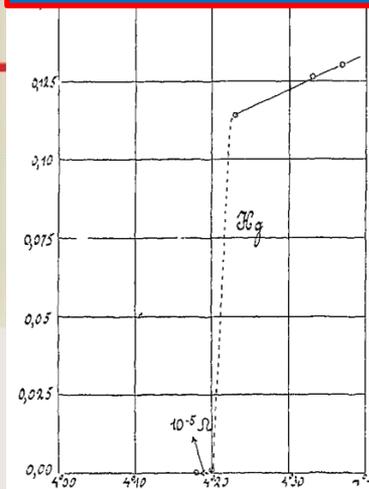


Lab notebook by Heike Kamerlingh Onnes

D. Van Delft and P. Kes: Physics Today 38-43 (Sep. 2010).

4 PM

Mercury  
practically zero



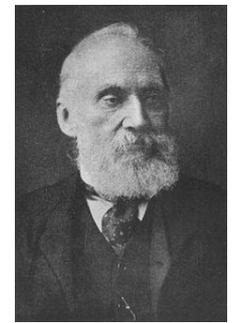
# 1. 低温物理学とは

## 1.1 温度とは

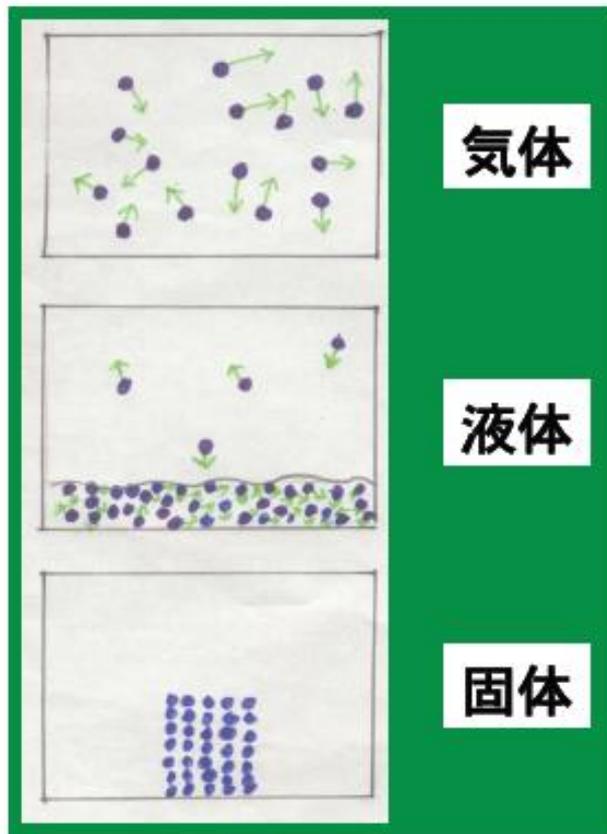
T (K:ケルビン) : 絶対温度  
 $0^{\circ}\text{C} = 273.16 \text{ K}$

物質の状態は温度でどのように変化するのか？

Lord Kelvin  
ケルビン卿



実は William Thomson  
1824—1907



高温

原子の運動が

激しい

原子の配列は

無秩序  
(disorder)

低温

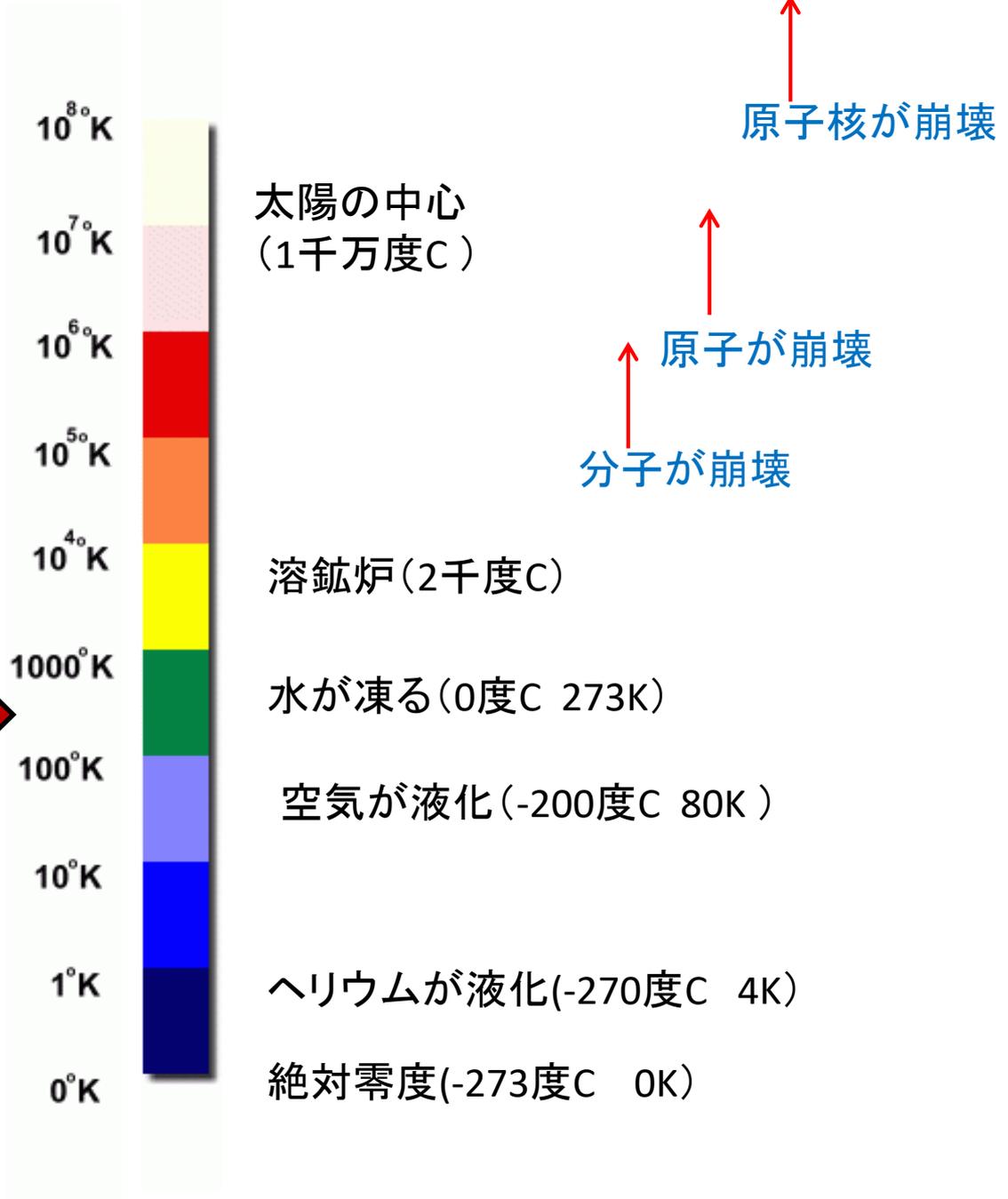
静か

運動がなくなる

秩序  
(order)

# 実際の温度

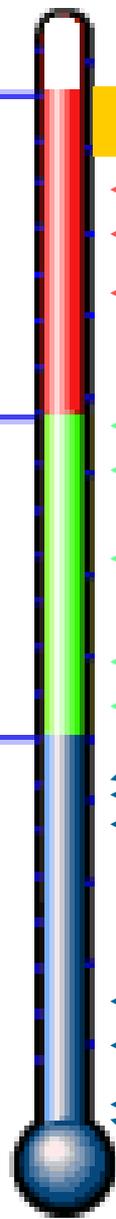
日常生活の温度



# 室温より低温

絶対温度  
(単位「ケルビン」)

300  
200  
100  
0

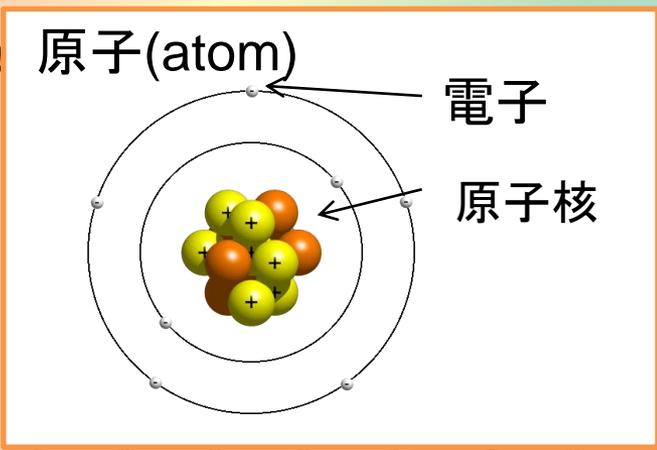


## 室温

- ← 273K (0°C) 氷点：水の凝固
- ← 約253K (約-20°C) 家庭用冷蔵庫の冷凍庫
- ← 234K (-39°C) 水銀の凝固
- ← 194K (-79°C) **ドライアイスの昇華**
- ← 184K (-89°C) 南極の最低気温
- ← 158K (-115°C) エタノールの凝固
- ← 約120K (-150°C) 夜の月面
- ← 111K (-162°C) 液化天然ガス(メタン)
- ← 90K (-183°C) 酸素の沸騰
- ← 87K (-186°C) アルゴンの沸騰
- ← 77K (-196°C) **窒素の沸騰**
- ← 27.3K (-245.9°C) ネオンの沸騰
- ← 20.3K (-252.9°C) 水素の沸騰
- ← 4.2K (-269.0°C) **ヘリウムの沸騰**
- ← 約3K (約-270°C) **宇宙空間**

広い宇宙でも3Kより低い温度は人工的なもので、人類はすでにマイクロケルビンの領域に到達しています。

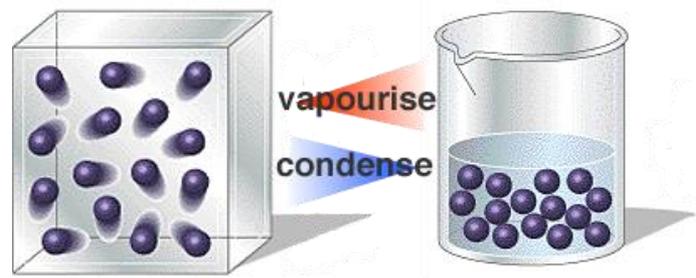
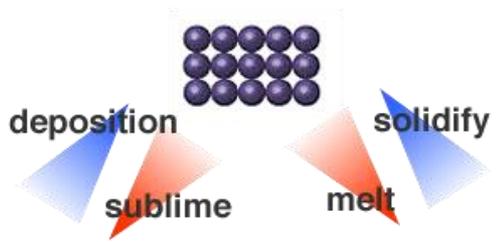
Group 1 IA	1 H Hydrogen 1.00794 1s	2 He Helium 4.002602 1s <sup>2</sup>
2 IIA	3 Li Lithium 6.941 1s <sup>2</sup> 2s	4 Be Beryllium 9.012182 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup>
3 IIIB	11 Na Sodium 22.989770 [Ne]3s	12 Mg Magnesium 24.3050 [Ne]3s <sup>2</sup>



NIST  
National Institute of Standards and Technology  
Physics Laboratory  
Standard Reference Data Group

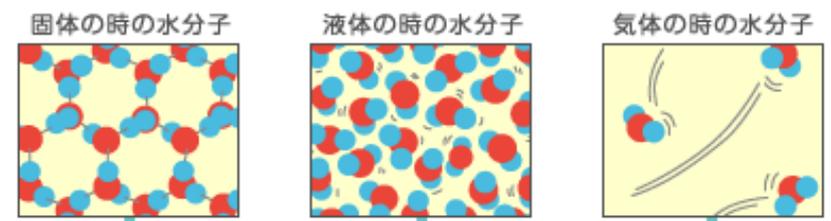
13 B Boron 10.811 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p	14 C Carbon 12.0107 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup>	15 N Nitrogen 14.0067 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup>	16 O Oxygen 15.9994 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup>	17 F Fluorine 18.9984032 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup>	18 Ne Neon 20.1797 1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup>
13 Al Aluminum 26.981538 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p	14 Si Silicon 28.0855 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup>	15 P Phosphorus 30.973761 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup>	16 S Sulfur 32.065 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup>	17 Cl Chlorine 35.453 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup>	18 Ar Argon 39.948 [Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup>

固体



気体

液体

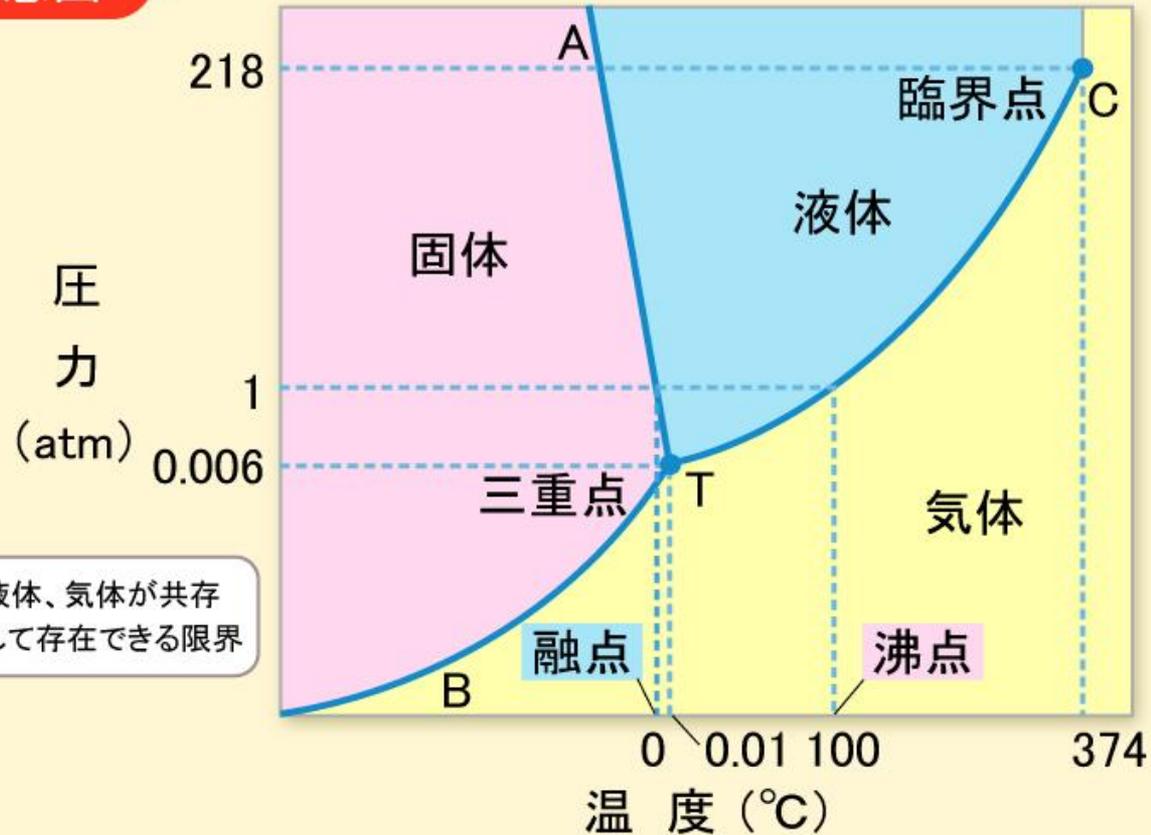


27 Co Cobalt 58.933195 [Ar]3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup>	28 Ni Nickel 58.6934 [Ar]3d <sup>8</sup> 4s <sup>2</sup>	29 Cu Copper 63.546 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>	30 Zn Zinc 65.38 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup>	31 Ga Gallium 69.723 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>1</sup>	32 Ge Germanium 72.64 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>2</sup>	33 As Arsenic 74.9216 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>3</sup>	34 Se Selenium 78.96 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>4</sup>	35 Br Bromine 79.904 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>5</sup>	36 Kr Krypton 83.80 [Ar]3d <sup>10</sup> 4s <sup>2</sup> 4p <sup>6</sup>						
Actin	Actinium (227)	Thorium (232.0381)	Protactinium (231.03588)	Uranium (238.02891)	Neptunium (237)	Plutonium (244)	Americium (243)	Curium (247)	Berkelium (247)	Californium (251)	Einsteinium (252)	Fermium (257)	Mendelevium (258)	Nobelium (259)	Lawrencium (262)
	[Rn]6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]6d <sup>2</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>1</sup> 6d <sup>2</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>3</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>6</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>	[Rn]5f <sup>7</sup> 6d <sup>1</sup> s <sup>2</sup>
	5.17	6.3067	5.89	6.1941	6.2657	6.0260	5.9738	5.9914	6.1979	6.2817	6.42	6.50	6.58	6.55	4.97

5.5387	
Ground-state Configuration	Ionization Energy (eV)

# 物質相図

水の状態図



各状態(相)を特徴付ける物理パラメーター

**密度**

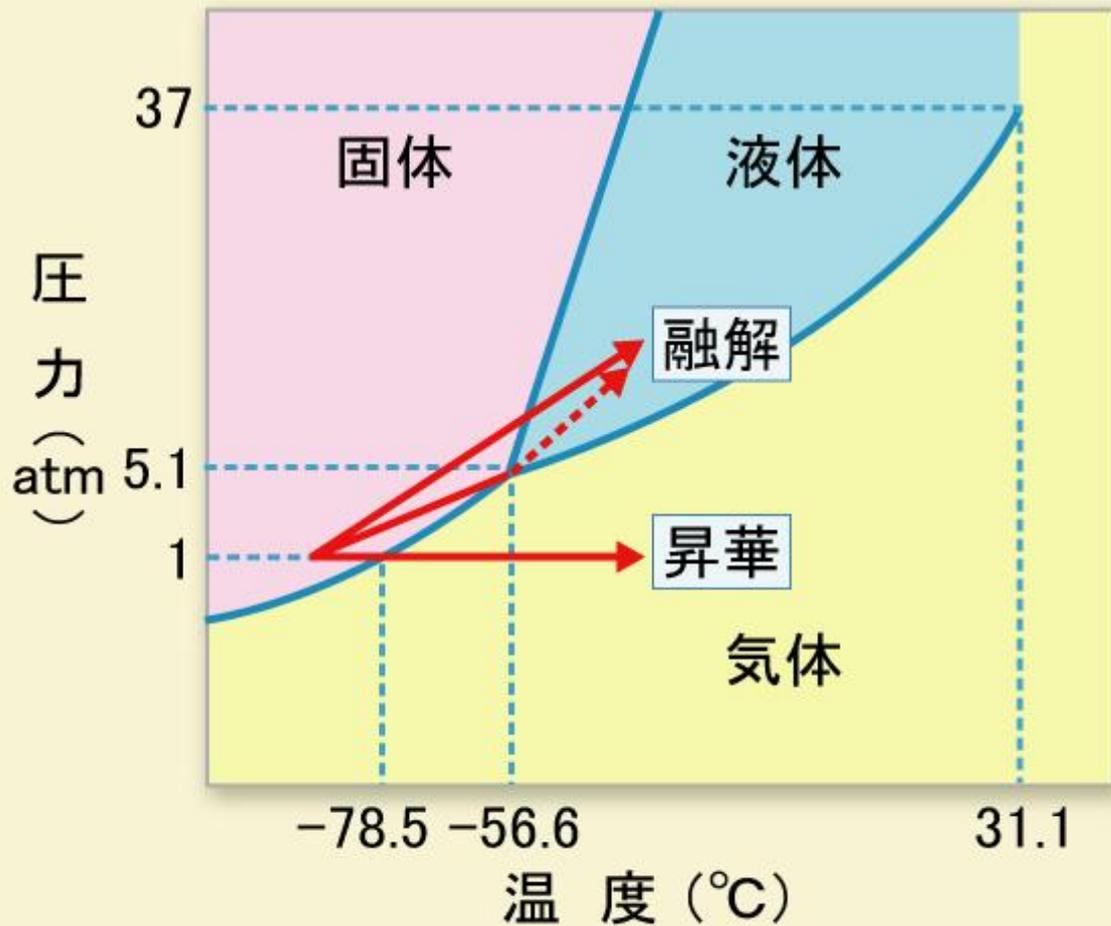


1気圧での状態変化



圧力による状態変化  
(チューブを密閉し、圧力、温度を)  
上昇させることで融解

## 二酸化炭素の状態図



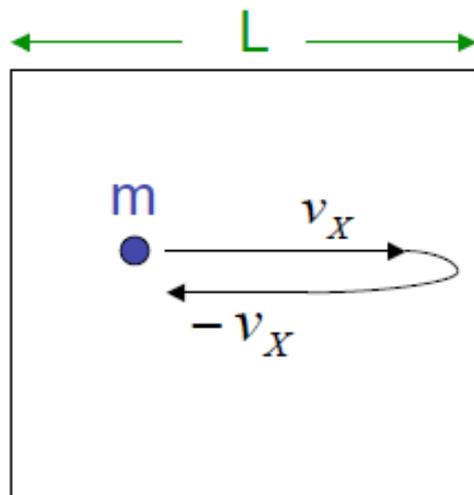
# 気体分子の運動論－理想気体の法則の導出

(古典論)

$$PV = RT$$

(R : 気体定数)

N個の粒子  
(希薄な気体)



$$\frac{2L}{v_X} : 1 \text{ 往復に要する時間}$$

$$\frac{v_X}{2L} : \text{単位時間と1つの壁に衝突する回数}$$

$$F\tau = 2mv_X : \text{壁が受ける力積}$$

時間  $t$  の間に、粒子は  $\frac{v_X}{2L}t$  回衝突

$$\left\langle 2mv_X \times \frac{v_X}{2L}t \right\rangle = \left\langle \frac{mv_X^2}{L}t \right\rangle \equiv \langle f_X \rangle t$$

$$N \times \langle f_X \rangle = \langle F_X \rangle : N \text{ 個の粒子から壁が受ける力}$$

$$\langle F_X \rangle = N \frac{\langle mv_X^2 \rangle}{L}$$

$$P \equiv \frac{\langle F_X \rangle}{L^2} = \frac{1}{L^2} \cdot N \cdot \frac{\langle mv_X^2 \rangle}{L} = \frac{1}{L^3} \cdot \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle$$

(  $V = L^3$  ,  $\langle v^2 \rangle = \langle v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2 \rangle = \langle v_X^2 \rangle + \langle v_Y^2 \rangle + \langle v_Z^2 \rangle = 3\langle v_X^2 \rangle$  )

$$PV = \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = Nk_B T = RT$$

  
 $\frac{3}{2} k_B T$

$N$ : アボガドロ数

$R$ : ガス定数

$k_B$ : ボルツマン定数 =  $1.4 \times 10^{-28} \text{ J/K}$

(注)  $v^2 = v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2$

$$\left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} mv_x^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} mv_y^2 \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2} mv_z^2 \right\rangle$$

$$\begin{array}{cccc} \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ \frac{3}{2} k_B T & = & \frac{1}{2} k_B T & + & \frac{1}{2} k_B T & + & \frac{1}{2} k_B T \end{array}$$

等分配則



(1自由度当たり  $\frac{1}{2} k_B T$  )

# 1) 温度とは熱運動の激しさ

熱運動が完全になくなる :  $T = 0K$  (絶対零度)

$$2) \left\langle \frac{1}{2}mv_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2}k_B T$$

1自由度に  $\frac{1}{2}k_B T$  のエネルギーを割り当てる (エネルギー等分配則 : 古典論)

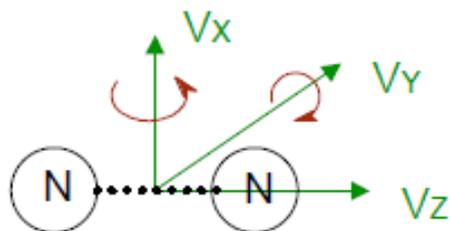
## 比熱について

(1 原子分子)

$$E = N \cdot \frac{3}{2} k_B T$$

$$C = \frac{dE}{dT} = \frac{3}{2} N k_B \quad (\text{気体の種類によらない})$$

$O_2$  や  $N_2$  の場合 (2 原子分子)



$$E = N \times \left( \overbrace{\frac{1}{2}k_B T \times 3}^{\text{並進}} + \overbrace{\frac{1}{2}k_B T \times 2}^{\text{回転}} \right)$$

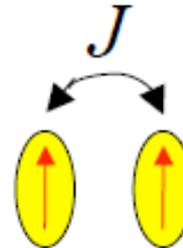
$$C = \frac{dE}{dT} = \frac{5}{2} N k_B$$

## 1.2 エントロピー：S（秩序・無秩序）

原子のもつ磁石（スピン）を例に考える  
（磁性 / 磁石）



スピンの間に力（ $J$ ）が働き、



に向く

スピンの熱運動エネルギー：  $\sim k_B T$

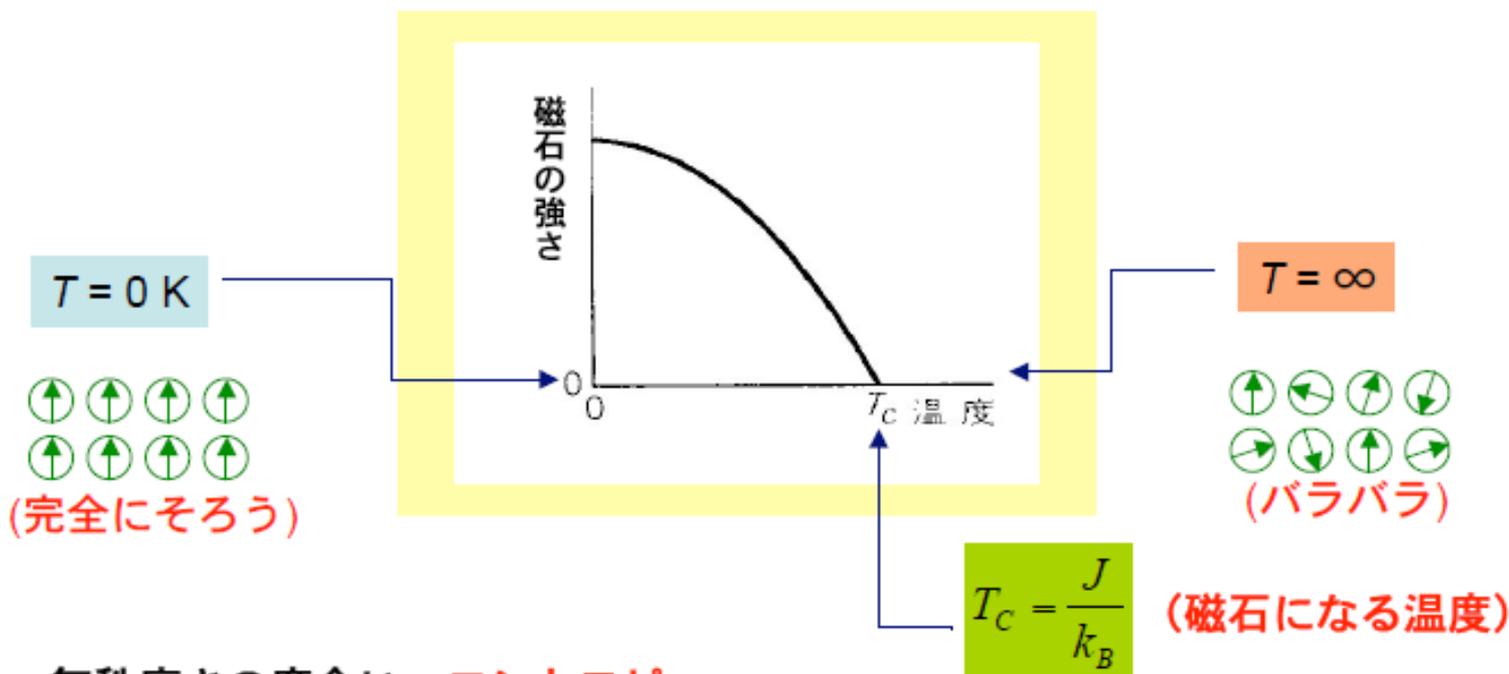
スピンをそろえるエネルギー：  $J$

- $k_B T \langle J \Rightarrow$  スピンがそろう
- $k_B T \rangle J \Rightarrow$  スピンがバラバラ（熱的にかく乱されている）

$$k_B T_C = J \quad (\text{臨界温度 } T_C)$$



Ludwig Eduard Boltzmann  
1844-1906



無秩序さの度合い = エントロピー  $S$

$$S \equiv k_B \ln W \quad (\text{ボルツマンの式})$$

スピンの場合で  $\uparrow$  と  $\downarrow$  の場合しかないとする

$$\text{高温の場合 } W = (2)^N \quad (k_B T \gg J) \quad \Longrightarrow \quad S = Nk_B \ln 2 = R \ln 2$$

$$dS = \left( \frac{dQ}{T} \right)_{\text{可逆}}, \quad S = \int_0^T \frac{C_p}{T} dT$$

$$T = 0 \text{ の場合 } W = 1 \quad (\text{全部上向きの状態})$$

$$S = 0$$

熱力学第3法則

# 熱力学の法則

第1法則 エネルギー保存 (仕事とエネルギーの等価性)

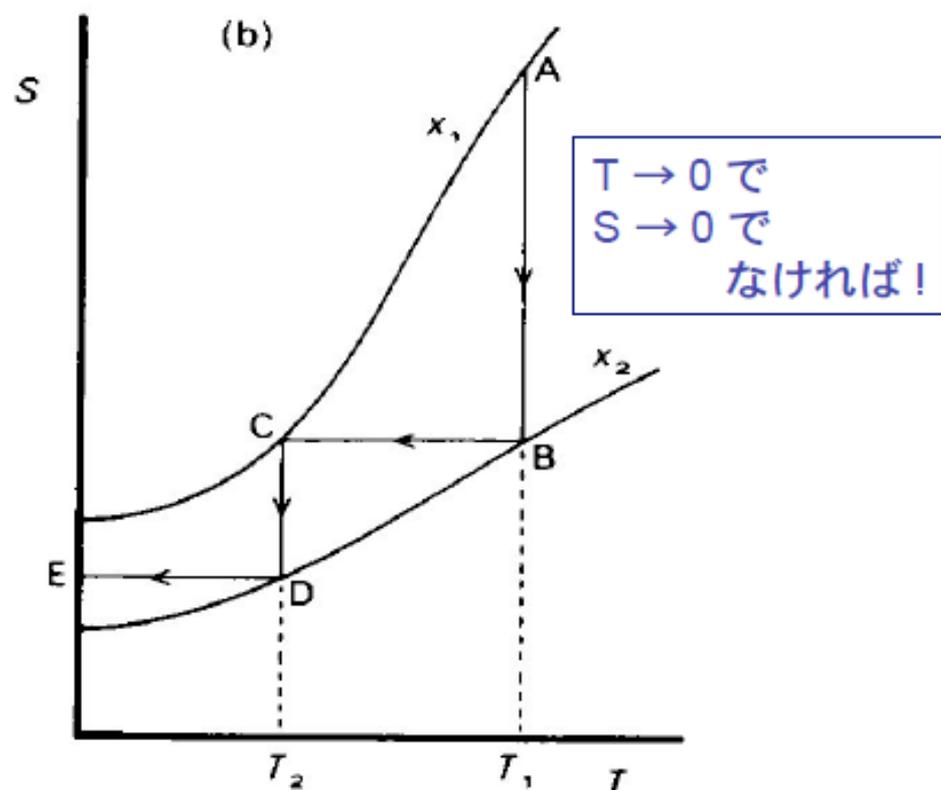
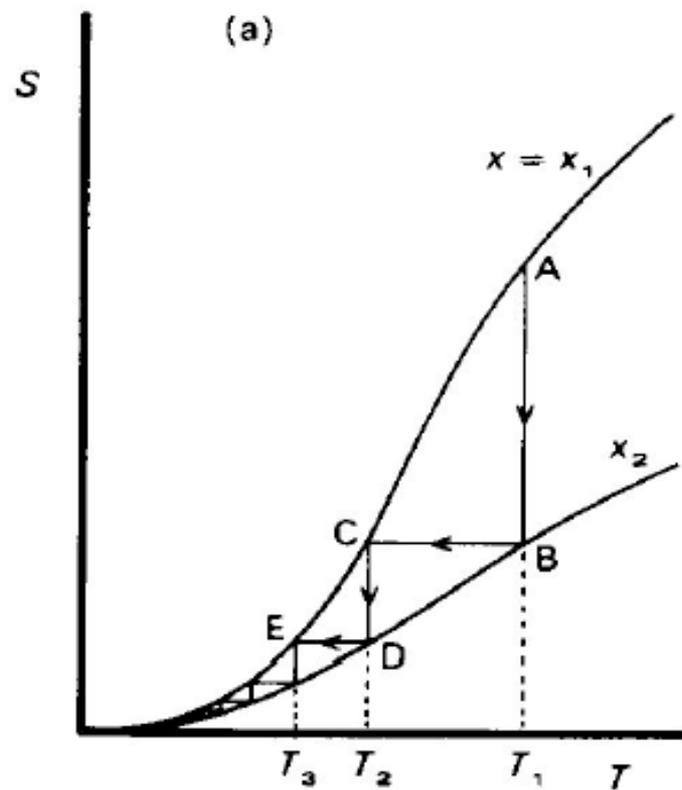
第2法則 自然に放置すればエントロピー  $s$  が増大する  
方向に変化が起こる

熱は高温から低温に流れる

低温の生成 (低温部から熱をとって高温部に運ぶ)

第3法則 絶対零度 ( $T = 0$ )で、エントロピー  $s$  はゼロ

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$



(絶対零度には到達できない)

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

断熱変化

$$\Delta S = 0$$



# 1.3 古典から量子の世界へ

(高温) (低温)

・古典論



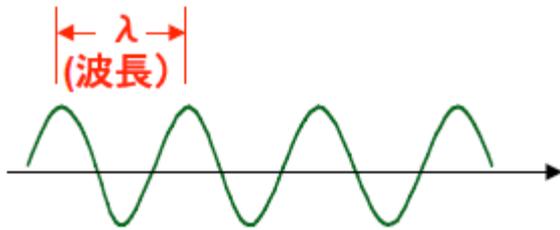
A blue circle representing a particle with mass  $m$  and a velocity vector  $\vec{v}$  pointing to the right.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

・量子論

粒子は波である 波動関数:  $\psi(X)$

粒子の存在確率:  $|\psi(X)|^2$



$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$\lambda$  : 粒子の波としての波長

$h$  : プランク(Planck)定数  $6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{S}$   
(量子力学の世界の定数)

ド・ブロイ 1929年ノーベル賞 電子の波動性の実験

# 1.4 量子力学の世界

1920年代 「粒子の波動性」の認識

1929年 ノーベル物理学賞 ド・ブロイ 「電子の波動性の発見」  
光量子との類似性

$$\varepsilon = h\nu, p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{Einstein等})$$

物質波

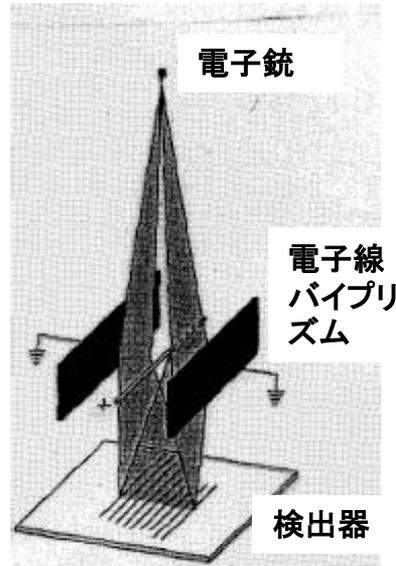
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{sec}$$



Prince Louis-Victor  
Pierre Raymond de  
Broglie  
1892-1987

## 「電子の波動性」を示す実験

粒子とされている電子  
を電子線プリズムに打ち  
込むと。。。。



時間  
↓

検出器



最初はぽつぽつと  
検出されるが、

長時間検出すると  
干渉縞が現れる!!

# 量子力学の構築

微視的(ミクロ)な系の振る舞いは、古典力学では十分に記述できない。

「古典力学は量子力学の近似理論」

系の状態を状態関数  $\psi$  (プサイ) で表す。

量子力学の基礎方程式であるシュレーディンガー方程式

(Schrödinger equation, 1925) で状態関数の振る舞いを記述できる。

$$\text{シュレーディンガー方程式: } i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H} \Psi$$

$\hat{H}$  はエネルギーを表す

ハミルトニアン(ハミルトン演算子)。

$$i^2 = -1$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$  : プランク定数を  $2\pi$  で割った数



Erwin Schrödinger  
1933年 ノーベル物理学賞  
(Wikipediaより) 1887-1961

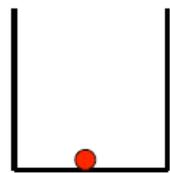
# 不確定性原理

1932年 ノーベル物理学賞 ハイゼンベルグ 「量子力学の形成」



Werner Karl Heisenberg

1901-1976

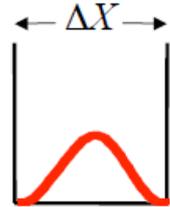


古典力学

$$X = 0$$

$$v = 0$$

古典論  $m \bullet \vec{v} \rightarrow \vec{p} = m\vec{v}$



量子力学 (波動性)

$$\psi(X) \propto \cos\left(\frac{2\pi X}{\Delta X}\right)$$

$$\Delta P = \frac{h}{\lambda} \Big|_{\lambda=\Delta X} = \frac{h}{\Delta X} \quad (\text{ド・ブロイ波長の式より})$$

$$\Delta P \cdot \Delta X = h \quad (\text{ハイゼンベルグの不確定原理})$$

例1  $M = 1\text{Kg}$  (石ころ)、 $\Delta X = 1\ \mu\text{m}$

$$\Delta P = 10^{-27} \text{ Kg m/sec} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = 10^{-27} \text{ m/sec}$$

例2  $M = 10^{-30} \text{ Kg}$  (電子)

$$\begin{cases} \Delta X = 1\ \mu\text{m}, & \Delta P = 10^{-27} \text{ Kg m/sec} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = 10^3 \text{ m/sec} \\ \Delta X = 1\ \text{nm}, & \Delta P = 10^{-24} \text{ Kg m/sec} \quad \Rightarrow \quad \Delta v = 10^6 \text{ m/sec} \end{cases}$$

(原子の大きさ)

# 低温は量子力学の世界 !!

運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

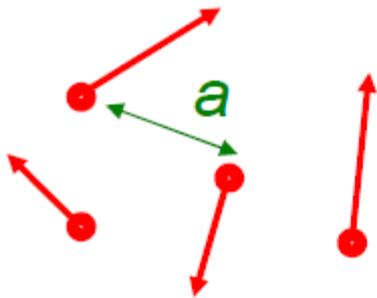
熱エネルギー

$$E = \frac{3}{2}k_B T$$

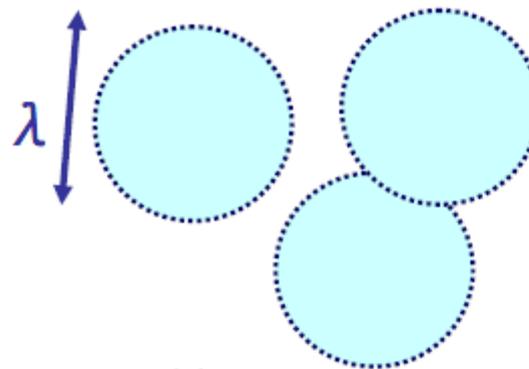
熱的ド・ブROI波長

熱的ド・ブROI波長  $\lambda$  を平均粒子間隔  $a$  と比較すると:

高温:  $\lambda$  小



低温:  $\lambda$  大



波動関数の広がり  
に伴い、粒子同士  
の干渉が起こる

→ 量子性が顕著